

Vergleich verschiedener Ranking-Verfahren in Sport-Turnieren

Bachelor-Thesis von Christian Brückner
21. März 2014



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Erklärung zur Bachelor-Thesis

Hiermit versichere ich, die vorliegende Bachelor-Thesis ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 21. März 2014

(Christian Brückner)

Inhaltsverzeichnis

1.Einleitung	1
1.1. Motivation	1
1.2. Aufbau der Arbeit	2
2.Vorstellung der Ligen und Turniere	3
2.1. Gemeinsamkeiten großer nordamerikanischer Sportligen	4
2.2. National Football League	5
2.3. Major League Baseball	6
2.4. National Basketball Association	7
2.5. National Hockey League	8
2.6. Deutsche Schachmeisterschaft	9
2.7. Fußball Weltmeisterschaft	11
3.Eingehende Überlegungen zu Turniersimulationen	13
3.1. Lineare Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix	13
3.2. Gewinnwahrscheinlichkeiten nach dem Elo-System	14
3.3. Simulation von Unentschieden	16
3.4. Korrelationsmaße	18
3.4.1. Spearmans Rangkorrelationskoeffizient	18
3.4.2. Spearman's Footrule	19
3.4.3. Spearman's Weighted Footrule	19
3.5. Bemerkungen zur Implementierung	20
3.6. Durchführung der Turniersimulationen	21
4.Vergleich und Analyse der Simulationen	22
4.1. Auswirkungen der Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix	22
4.2. Auswirkungen von Unentschieden	24
4.3. Anzahl der Schweizer Runden bei der Schachmeisterschaft	26
4.4. Schweizer System mit zwei und vier Gruppen	28
4.5. Auswirkungen der Anzahl der gespielten Spiele	30
5.Fazit	32
Tabellenverzeichnis	34
Abbildungsverzeichnis	35
Anhang	36
Literatur & Quellenverzeichnis	49

1. Einleitung

1.1. Motivation

Sport dient schon lange dazu, sich untereinander zu messen und zu vergleichen, um herauszufinden, wer der Bessere ist. Die Entscheidung für den besten Spieler oder die beste Mannschaft ist allerdings nicht trivial und jede Sportart besitzt ihr eigenes Bewertungssystem, das sich historisch entwickelte und Eigenarten der Sportart berücksichtigt. Vergleiche über eine Sportart hinaus sind damit unmöglich, aber auch Bewertungssysteme haben oftmals ihre Besonderheiten, die bestimmte Konstellationen fördern.

Jede Liga läuft nach einem anderen Turnierformat ab. Teams werden in eine oder mehrere Gruppen aufgeteilt und es wird festgelegt, wer gegen wen wie oft spielt. Jedes Team erhält anhand seiner Siege, Unentschieden und Niederlagen eine Bewertung (Rating), das die Teams dann zu einer Rangliste (Ranking) sortiert.

Zwischen Europa und Amerika gibt es hierbei aber deutliche Unterschiede in den großen Sportligen. In Europa gibt es in der Regel eine höchste Spielklasse, in der alle Vereine in einer Gruppe um den Sieg spielen. Die Letztplatzierten steigen ab und machen damit Platz für bessere Mannschaften. In Nordamerika sind die großen Ligen geschlossene Gesellschaften, deren Mitgliedschaft man sich erkaufen muss. Ein Abstieg im europäischen Sinne ist nicht möglich. Diese Mitgliedschaft ist aber nicht billig. Die vier Neueinsteiger in der National Basketball League in Saison 1988/89 kamen mit 32,5 Mio. US\$ noch günstig davon. Sechs Jahre später zahlten die Besitzer der Vancouver Grizzlies und Toronto Raptors 125 Mio. US\$.¹

Durch die weite geografische Verteilung der amerikanischen Ligen teilen sich die Mannschaften in regionale Gruppen, sogenannte Divisionen auf. Ein klassisches jeder-gegen-jeden Format ist hier aus Zeit- und Kostengründen nicht möglich.

Die Mathematiker Amy Langville und Carl Meyer fassen verschiedene Methoden von K. Massey, W. Colley, J. P. Keener, A. Elo und A. A. Markov zusammen, um Mannschaften anhand vergangener Spiele zu bewerten und in eine Rangfolge zu setzen. Diese Ratingmethoden werden anschaulich bei der National Hockey League angewandt und deren Vor- und Nachteile abgewogen. Es wird auch gezeigt, wie man verschiedene Systeme zu einem gemeinsamen Rating zusammenführen kann.²

Anhand von populären Produkt- und Hochschulrankings zeigen D. Rohn und K. Weihe, dass jede aggregierte Ratingfunktion ein gewisses Maß an Willkür besitzt. Ob ein Teilkriterium mit 30%, 40% oder 41% zum Gesamtergebnis beiträgt, wird willkürlich

¹ Vgl. Frick/Prinz (2005) S. 24; NBA (2014b).

² Vgl. Langville/Meyer (2012).

festgelegt. Dies kann aber durchaus Auswirkungen auf das resultierende Ranking haben.³ Beim Sport lässt sich dies zum Beispiel auf die Punkte für einen Sieg übertragen. Es kann einen Unterschied machen, ob ein Team zwei oder drei Punkte für einen Sieg und nur einen für ein Unentschieden erhält. Dies lässt schon vermuten, dass es schwer wird ein perfektes Ranking zu erstellen.

Es bleibt jedoch die Frage, ob nicht ein anderes Format oder eine andere Bewertungsfunktion zu einem anderen Sieger führt, der es vielleicht mehr verdient hätte an der Spitze zu stehen. Auf diesem Gebiet werden sehr wenige Untersuchungen unternommen, da es schwierig ist eine Liga von Grund auf umzustrukturieren. Die Akzeptanz für Veränderungen ist bei Verbänden und Zuschauern oft nur gering.

1.2. Aufbau der Arbeit

In Kapitel 2 "Vorstellung der Ligen und Turniere" werden zuerst sechs unterschiedliche Turnierformate aus dem Football, Baseball, Basketball, Eishockey, Schach und Fußball vorgestellt. Es wird kurz auf die Geschichte jeder Sportart eingegangen und deren Entwicklung bis zum heutigen Turniermodus zusammengefasst.

In Abschnitt 3 "Eingehende Überlegungen zu Turniersimulationen" wird erklärt, was man alles beachten muss, wenn man ein Turniersystem mit Software simulieren will. Es wird erläutert, wie man den Sieger eines Aufeinandertreffens ermitteln kann. Es werden ebenfalls verschiedene Methoden vorgestellt um zu messen, wie gut ein Turniersystem im Vergleich zu anderen ist. Letztendlich werden einzelne Besonderheiten bei der Implementierung hervorgehoben.

Darauf aufbauend werden in Abschnitt 4 "Vergleich und Analyse der Simulationen" die Turniere aus Abschnitt 2 sowie weitere Varianten simuliert und ihre Korrelation mit einem Vergleichsranking ermittelt. Diese werden dann anhand verschiedener Kriterien verglichen und die jeweiligen Vor- und Nachteile gezeigt.

Im letzten Kapitel "Fazit" werden schließlich die gewonnenen Erkenntnisse zusammen gefasst und es wird ein Überblick gegeben, wie man ein gutes Turniersystem erstellt. Es werden Ausblicke auf weitere Forschungsmöglichkeiten gegeben, die in dieser Arbeit nicht behandelt wurden, da sie den Rahmen der Arbeit sprengen würden.

³ Vgl. Rohn/Weihe (2013).

2. Vorstellung der Ligen und Turniere

In diesem Kapitel werden exemplarisch sechs Turnierformate vorgestellt. Jede Liga verwendet einen anderen Ansatz um mit vielen oder wenigen Spielen einen würdigen Sieger zu ermitteln. Trotz der unterschiedlichen Spielsysteme wurde darauf geachtet, dass die Anzahl der Turnierteilnehmer in einem vergleichbaren Rahmen bleibt, um diesen Störfaktor in der späteren Simulation zu vermeiden. Für die Simulationen werden später in Kapitel 3.6 Formate für fiktive Vergleichsturniere erläutert.

Alle Turnier- und Ligabetreiber passen ihr Reglement immer wieder an neue Gegebenheiten an. Hier werden die Regeln beschrieben, die zum aktuellen Zeitpunkt gültig sind.

2.1. Gemeinsamkeiten großer nordamerikanischer Sportligen

Die vier größten Sportligen in Nordamerika, auch bekannt als Major Leagues, sind die National Football League (NFL), die Major League Baseball (MLB), die National Basketball Association (NBA) und die National Hockey League (NHL). In diesen vier Ligen treten Mannschaften aus den USA und Kanada gegeneinander an.

Aufgrund der weiten geografischen Verteilung der Mannschaften hat es sich bewährt, Gruppen aus regional nahestehenden Teams zu bilden, um dort den Großteil der Spiele auszutragen, um die Reisezeit und Kosten für die Vereine gering zu halten. Diese Gruppen werden Divisions genannt. Mehrere solcher Divisions schließen sich zu einer Conference zusammen, wie in Abbildung 1 beispielhaft dargestellt wird. Man unterscheidet zwischen Spielen innerhalb der eigenen Division (divisional), Spielen innerhalb der Conference aber außerhalb der eigenen Division (non-divisional) und Spielen gegen die andere Conference (inter-conference). In der regulären Saison wird eine unterschiedliche Anzahl an Spielen der verschiedenen Kategorie gespielt. In der Abbildung werden die Anzahl der Spiele am Beispiel eines Teams aus der Division 1 gezeigt. In der roten Markierung steht die Anzahl der gruppeninternen Spiele, in der Grünen die Spiele gegen andere Teams aus der gleichen Conference und in der violetten Umrandung die Zahl der Spiele gegen die andere Conference.

Nach der regulären Saison finden Playoffs im K.-o.-System statt, für die sich die Teams in Abhängigkeit von ihrer Platzierung in der Division oder der Conference qualifizieren. Die genauen Qualifizierungsvoraussetzungen legt jede Sportart separat fest.

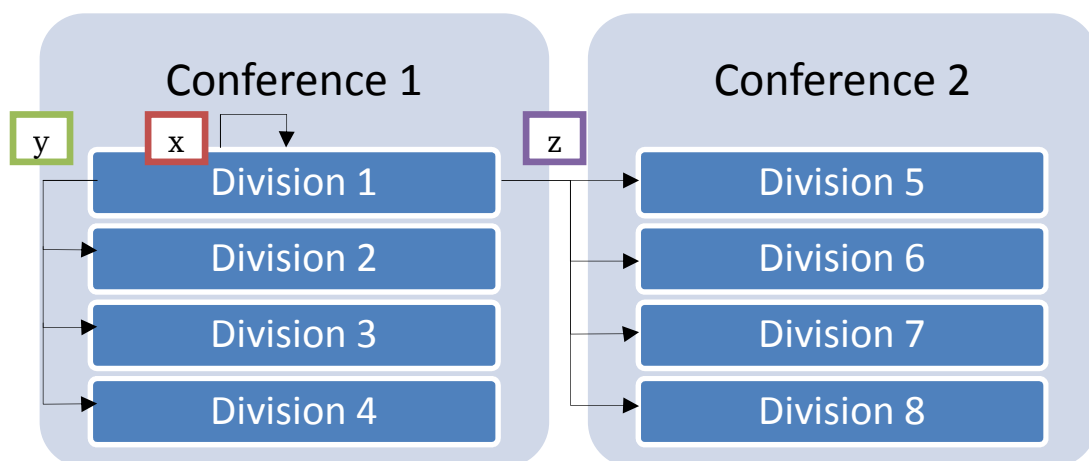


Abbildung 1: Allgemeine Aufteilung in Divisionen und Conferences der amerikanischen Profiligen

2.2. National Football League

Die NFL startete 1920 mit 14 Teams, die in einer Gruppe spielten. Erst 1933 wurden die Mannschaften in zwei Divisionen aufgeteilt. 1970 schloss sich mit der American Football League ein ehemaliger Konkurrent der NFL an und man musste für jede Conference drei Divisionen stellen, um die nunmehr 26 Teams aufzuteilen. Seit 1967 wird auch der bekannte Super Bowl zwischen diesen Ligen ausgetragen, der nach der Fusion der ligainterne Titel wurde.⁴

Mittlerweile gilt die NFL mit 32 Teams als die erfolgreichste Major League der USA. Sowohl die American Football Conference, als auch die National Football Conference haben eine East, North, South und West Division mit jeweils vier Teams pro Division. Jedes Team spielt gegen die Teams der eigenen Division zweimal. Gegen alle Mannschaften einer anderen Division in derselben Conference muss jedes Team ein Spiel bestreiten und gegen jeweils eine Mannschaft aus den zwei anderen Divisionen derselben Conference ebenfalls ein Spiel und kommt damit auf sechs non-divisional Spiele. Des Weiteren spielt man gegen alle Mannschaften einer Division der anderen Conference je ein Match, wie in Abbildung 2 dargestellt. Somit hat jede Mannschaft nur 16 Spieltage.⁵

Nach der regulären Saison qualifizieren sich die Divisionssieger, sowie die zwei bestplatzierten Teams jeder Conference, die nicht Gruppensieger wurden für die Playoffs mit 12 Mannschaften. Die zwei besten Divisionssieger jeder Conference erhalten in der ersten Runde der Playoffs ein Freilos, während die anderen Qualifikanten schon in der ersten Runde antreten müssen. In der nächsten Runde der Playoffs spielen der beste Divisionssieger gegen das schlechtere Team aus der ersten Runde und der zweite Divisionssieger gegen das andere Team. Erst in der Finalrunde treffen Mannschaften aus den beiden Conferences aufeinander.⁶

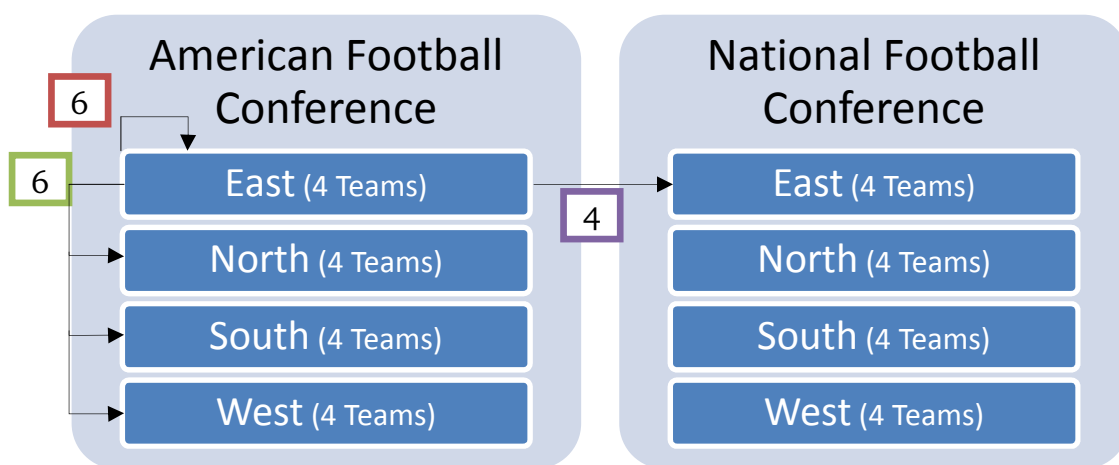


Abbildung 2: Divisions- und Spielverteilung der NFL

⁴ Vgl. Wikipedia (2014a).

⁵ Vgl. NFL (2014a).

⁶ Vgl. NFL (2014b).

2.3. Major League Baseball

Die MLB formte sich aus den eigenständigen Ligen "American League" und "National League" und wird als älteste amerikanische Profiligen angesehen. An der amerikanischen Ostküste wurde Baseball bis in die 1930er Jahre immer populärer und verlor nur aufgrund des Zweiten Weltkrieges an Zuspruch. 1958 expandierte die National League in den Westen der USA und gab damit den Startschuss für den Aufstieg des Baseballs zu seiner heutigen Größe.⁷

Noch immer existieren die American und National League nebeneinander. Jede hat eine East, Central und West Division mit je fünf der 30 Teams.⁸ Jedes Team spielt je 19 Spiele gegen die anderen vier Divisionsmitglieder. Gegen vier Mannschaften der eigenen Conference spielt man sechs Spiele, sowie gegen die übrigen sechs Teams sieben Spiele, also zusammen 66 non-divisional Spiele. Zusätzlich werden 20 Matches gegen Mannschaften aus der anderen Conference veranstaltet. Abbildung 3 verdeutlicht, dass mit nur 20 Spielen gegen die andere Conference, die meisten der 162 Spiele in der historisch eigenständigen League bleiben. Somit trägt ein Team der MLB deutlich mehr Spiele aus, als ein Team in der NFL aus Kapitel 0, die nur 16 Spiele in der Gruppenphase zu absolvieren haben.

Am Ende der Gruppenphase qualifizieren sich die Erstplatzierten der Divisionen direkt für das Viertelfinale der Playoffs. Die zwei besten Mannschaften jeder Conference, die sich nicht über den Gruppensieg qualifizieren konnten, tragen Entscheidungsspiele aus, bei denen nur die Gewinner in das Viertelfinale gelangen. Die Playoffs werden zuerst in jeder Conference getrennt ausgespielt, so dass American und National League erst im Finale aufeinander treffen.⁹

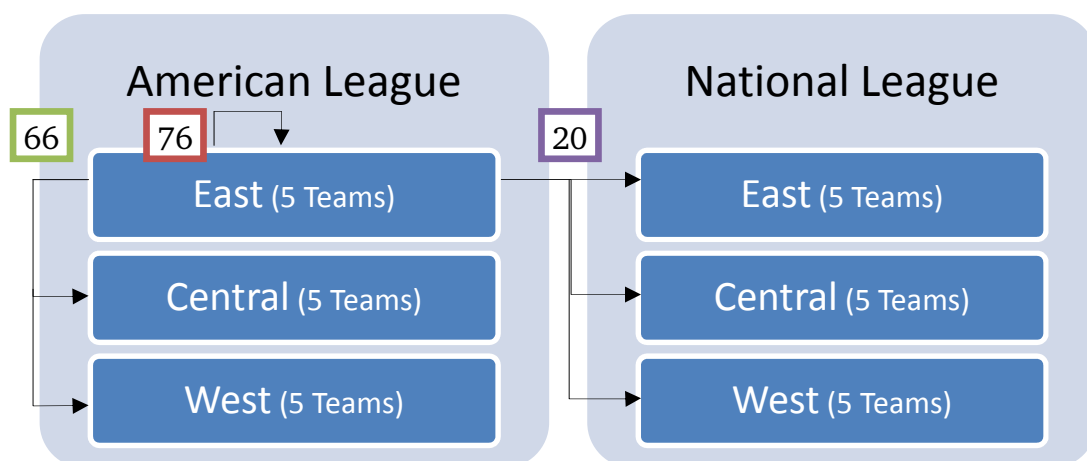


Abbildung 3: Divisions- und Spielverteilung der MLB

⁷ Vgl. Wikipedia (2014b).

⁸ Vgl. MLB (2014a).

⁹ Vgl. MLB (2014b).

2.4. National Basketball Association

1949 wurde die NBA mit dem Zusammenschluss der National Basketball League und der Basketball Association of America geboren und beheimatete damals schon 17 Profiteams im Osten der USA. Jedoch umspannte die Liga erst mit der Umsiedelung zweier Mannschaften an die Westküste die gesamte USA und konnte mit den anderen großen Ligen gleichziehen. Seitdem wuchs die NBA unaufhörlich immer weiter an. Schon früh wurde die Liga in zwei Conferences und zwei Divisions aufgeteilt.¹⁰

Heute gliedert sich die NBA in die Eastern und Western Conference. Jede Conference besteht aus drei Divisionen, die die geografische Lage beschreiben (Atlantic Central, Southeast, Southwest, Northwest, Pacific und Southwest). Die 30 Teams teilen sich gleichmäßig auf diese sechs Divisionen auf, was zu fünf Mannschaften pro Division führt.¹¹ Während der regulären Saison bestreitet jedes Team je vier Spiele gegen die anderen Mannschaften der eigenen Division. In der eigenen Conference spielt jedes Team je drei Spiele gegen vier Teams und vier Spiele gegen sechs Teams und somit insgesamt 36 non-divisional Spiele. Hinzu kommen 30 inter-conference Spiele – je zwei Spiele gegen jede Mannschaft aus der anderen Conference.¹² Abbildung 4 fasst die gesamten Spiele eines Teams anschaulich zusammen. So kommt jedes Team auf 82 Spiele während der Gruppenphase. Im Durchschnitt bedeutet dies fast drei Spiele gegen jede andere Mannschaft. Für die Playoffs qualifizieren sich die besten acht Mannschaften jeder Conference unabhängig von ihrer Platzierung in der Division.

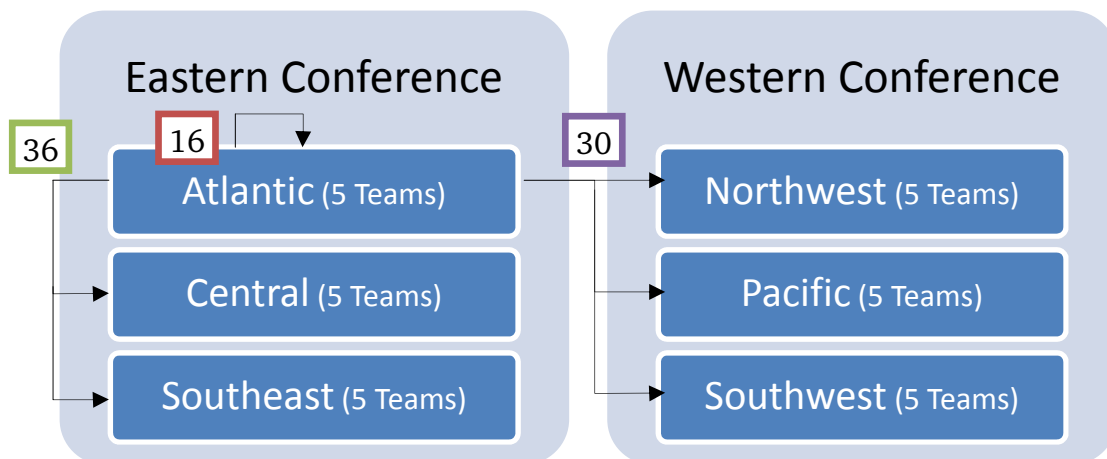


Abbildung 4: Divisions- und Spielverteilung der NBA

¹⁰ Vgl. Kränzle/Brinke (2003a) S. 70-82; Frick/Prinz (2005) S. 24f.

¹¹ Vgl. NBA (2014b).

¹² Vgl. ESPN.GO (2014).

2.5. National Hockey League

Die NHL wurde 1917 mit nur vier Teams gegründet. Nach einigen Höhen und Tiefen in der Anfangszeit etablierten sich sechs Teams, die von der Saison 1924/25 bis heute in der Liga spielen. In den 1960er begann die große Expansion der NHL und es traten mehr Teams bei. So war in der Saison 1974/75 erstmals eine Aufteilung in vier Divisionen nötig. Die aktuellen 30 Teams spielen seit dem Jahr 2000 in der NHL.¹³

Aktuell teilt sich die NHL in die Western Conference mit der Pacific und Central Division und die Eastern Conference mit der Atlantic und Metropolitan Division. In den Divisionen der Western Conference spielen jeweils sieben Teams, wohingegen die Divisionen der Eastern Conference acht Teams beinhalten.¹⁴ Aufgrund der ungeraden Anzahl Teams in den westlichen Divisionen und dem Ungleichgewicht zwischen den Divisionen aus Ost und West, hat jede Mannschaft einen stark unterschiedlichen Spielplan. So beziehen sich die Spiele in Abbildung 5 auf ein Team aus der Eastern Conference. Dieses Team bestreitet fünf Spiele gegen zwei Divisionsmitglieder und vier Spiele gegen die übrigen fünf Divisionsmitglieder. Zusätzlich werden je drei Spiele gegen die Mannschaften der anderen Division der eigenen Conference gespielt, sowie je zwei Spiele gegen jede Mannschaft aus der anderen Conference. So kommt jede Mannschaft auf 30 divisional Spiele, 24 Spiele in der Conference und 28 Spiele gegen die andere Conference.

Die Teams der Western Conference haben keinen einheitlichen Spielplan. Die meisten Teams spielen 29 divisional, 21 non-divisional und 32 inter-conference Spiele. Ein Team jeder Division spielt jedoch ein non-divisional Spiel mehr anstelle eines divisional Spiels. Trotz des Ungleichgewichtes in der Gruppengröße kommen mit dieser Anpassung alle Teams aus den beiden Conferences auf insgesamt 82 Spiele in der Gruppenphase.¹⁵

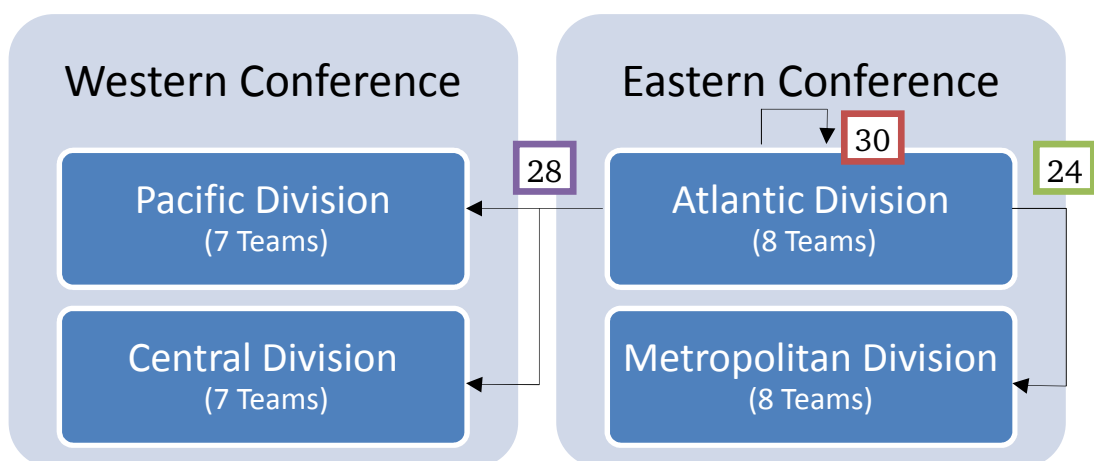


Abbildung 5: Divisions- und Spielverteilung der NHL

¹³ Vgl. Kränzle/Brinke (2003b) S. 95-110; Wikipedia (2014c).

¹⁴ Vgl. Rosen (2013).

¹⁵ Vgl. NHL (2014).

Für die anschließenden Playoffs qualifizieren sich die besten drei Teams jeder Division, sowie die zwei nächstbesten Teams jeder Conference.¹⁶ Insgesamt besteht eine Saison aus 1245 Spielen.

2.6. Deutsche Schachmeisterschaft

Deutsche Meisterschaften im Schach werden seit 1879 ausgetragen. Anfangs waren auch internationale Spieler zugelassen. Dies änderte sich jedoch im Laufe der Zeit mehrmals, verursacht durch die Weltkriege und die deutsche Teilung beziehungsweise Wiedervereinigung. Anfangs wurden normale Rundenturniere im jeder-gegen-jeden Format gespielt, bis man 1993 zum heutigen Schweizer System, das im Folgenden erklärt wird, umstieg.¹⁷

Bei der deutschen Schachmeisterschaft sind nach der Turnierordnung 24 Spieler über die Landesverbände teilnahmeberechtigt. Der Ausrichter kann jedoch beliebig viele weitere Plätze festlegen, sodass die Teilnehmerzahl in den letzten 5 Jahren zwischen 33 und 46 Spieler lag.¹⁸ Als Turniermodus werden neun Runden nach dem Schweizer System gespielt.¹⁹ Bei diesem Turniersystem werden zu Beginn die Spieler anhand ihrer Elo-Werte sortiert, damit der vermeidlich beste Spieler die Rangliste anführt. Der Erste spielt immer gegen den Zweiten, der Dritte gegen den Vierten und so weiter. Ein Spieler spielt jedoch niemals zweimal gegen den gleichen Gegner. In diesem Fall, spielt er gegen den nächsten in der Rangliste, gegen den er noch nicht gespielt hat.²⁰ Für einen Sieg bekommt ein Spieler einen Punkt, für ein Unentschieden einen halben Punkt und für eine Niederlage keinen Punkt.²¹ Bei Punktgleichstand entscheidet die Feinwertung, also der Durchschnitt der Elo-Werte der Gegner, über die Platzierung der Spieler.²² Berechnung und Anwendung der Elo-Wertungszahlen finden sich in Abschnitt 3.2.

Da bei dieser Sportart ein Spiel häufig unentschieden ausgeht, ist durch die einzelnen Partien nicht klar ersichtlich, wer der bessere Spieler ist. Häufig kommt es am Ende zu knappen Entscheidungen nach der Feinwertung.

Tabelle 1 veranschaulicht den Turniermodus des Schweizer Systems. Um das Beispiel zu vereinfachen wird eine Gruppe mit acht Spielern angenommen. Außerdem wird davon ausgegangen, dass der Spieler mit einem kleineren Index gegen den Spieler mit dem größeren Index immer gewinnt. Spieler 1 schlägt somit jeden anderen, Spieler 2 schlägt

¹⁶ Vgl. Rosen (2013).

¹⁷ Vgl. Wikipedia (2014d).

¹⁸ Vgl. LSVMV-Archiv (2014).

¹⁹ Vgl. Schachbund (2012) S. 16.

²⁰ Vgl. FIDE (1987).

²¹ Vgl. Schachbund (2012) S. 12.

²² Vgl. Schachbund (2013) S. 2.

alle außer Spieler 1 und so weiter. Bei Punktgleichstand wird zugunsten des Spielers mit dem kleineren Index entschieden.

In der ersten Runde gibt es keine Besonderheiten. Der Erstplatzierte spielt gegen den Zweiten, der Dritte gegen den Vierten, der Fünfte gegen den Sechsten und der Siebte gegen den Achten. Nach der Runde sortiert sich die Tabelle neu, die Zuweisung der Gegner findet aber wie gewohnt anhand des Tabellenplatzes statt. Auch die dritte Runde läuft normal ab. Erst in der vierten Runde müsste Spieler 1 wieder gegen Spieler 2 antreten. Da er aber sowohl gegen Spieler 2 und 5 schon gespielt hat, tritt er gegen Spieler 6 an. Die Paarung von Spieler 2 und 5 ergibt sich intuitiv danach. Spieler 3 hat schon gegen Spieler 4 gespielt und müsste gegen Spieler 7 als nächstes spielen. Danach würde nur die Paarung von Spieler 4 und Spieler 8 verbleiben. Da diese aber schon in der vorherigen Runde gespielt haben, muss hier Spieler 3 gegen Spieler 8 und Spieler 4 gegen Spieler 7 antreten.

Der Tabellenstand zu Beginn der fünften Runde verdeutlicht eine weitere Eigenschaft des Schweizer Systems. Die ersten und letzten Plätze sind mit vier, drei, einem und null Punkten eindeutig vergeben, während sich in der Mitte ein breites Feld mit zwei Punkten gebildet hat. Punktgleichstand bei mehreren Spielern in der Tabellenmitte ist typisch für diesen Turniermodus. Deswegen ist die Feinwertung im Schach von großer Bedeutung.

Runde 1			
#	Spieler	Punkte	Gegner
1	1	0	2
2	2	0	1
3	3	0	4
4	4	0	3
5	5	0	6
6	6	0	5
7	7	0	8
8	8	0	7

Runde 2			
#	Spieler	Punkte	Gegner
1	1	1	3
2	3	1	1
3	5	1	7
4	7	1	5
5	2	0	4
6	4	0	2
7	6	0	8
8	8	0	6

Runde 3			
#	Spieler	Punkte	Gegner
1	1	2	5
2	5	2	1
3	2	1	3
4	3	1	2
5	6	1	7
6	7	1	6
7	4	0	8
8	8	0	4

Runde 4			
#	Spieler	Punkte	Gegner
1	1	3	6
2	2	2	5
3	5	2	2
4	6	2	1
5	3	1	8
6	4	1	7
7	7	1	4
8	8	0	3

Nach Runde 4		
#	Spieler	Punkte
1	1	4
2	2	3
3	3	2
4	4	2
5	5	2
6	6	2
7	7	1
8	8	0

Tabelle 1: Beispielhafte Darstellung des Schweizer Systems mit acht Spielern und vier Runden

2.7. Fußball Weltmeisterschaft

1930 wurde die Fußball Weltmeisterschaft (WM) von der Fédération Internationale de Football Association ins Leben gerufen. Damals startete man mit 13 Nationalmannschaften, die den Weltmeister in vier Gruppen mit anschließender K.-o.-Runde ausspielten. In den folgenden Jahren wurde das System immer wieder verändert. Zum Beispiel folgte 1974 auf die erste Gruppenphase noch eine zweite und danach erst die K.-o.-Runde.²³ 1994 wurde erstmals in der Geschichte des Fußballs die 3-Punkte-Regel eingeführt, die besagt, dass der Gewinner eines Spiels drei anstatt zwei Punkten erhält. Anhand der erzielten Punkte bekommt jede Mannschaft ein Rating, aus dem das Gruppenranking erstellt wird.²⁴

Die Teilnehmerzahl ist mittlerweile auf 32 angewachsen, sodass diese in acht Gruppen zu je vier Nationen aufgeteilt werden. Innerhalb jeder Gruppe spielen alle Mannschaften gegeneinander. Jedes Team hat also nur drei Spiele in der Gruppenphase, wie in Abbildung 6 dargestellt. Der Sieger eines Spiels bekommt drei Punkte, der Verlierer null Punkte. Bei einem Unentschieden bekommen beide Mannschaften einen Punkt. Falls es zu Punktgleichstand kommt, entscheidet die Tordifferenz über die Platzierung. Die ersten beiden Mannschaften jeder Gruppe qualifizieren sich für die Playoffs. Im Achtelfinale trifft immer ein Gruppenerster auf einen Gruppenzweiten.²⁵

Europameisterschaften im Fußball werden erst seit 1960 ausgetragen. In den Anfängen mit nur vier Teilnehmern genügte ein einfaches K.-o.-System. Später übernahm man weitgehend das Format der WM. Inzwischen spielen 16 Mannschaften in vier Gruppen um den Titel, gefolgt von Playoffs mit den besten Acht.²⁶

Da Welt- und Europameisterschaften konzeptionell gleich sind, wird im Folgenden nur die WM weiter betrachtet und mit den anderen Ligen verglichen.

²³ Vgl. Krämer (2013) S. 89-107.

²⁴ Vgl. Schulze-Marmeling/Dahlkamp (2004) S. 358.

²⁵ Vgl. FIFA (2011) S. 50-53.

²⁶ Vgl. UEFA (2007) S.8.; Krämer (2013) S. 109-122.

Gruppenphase

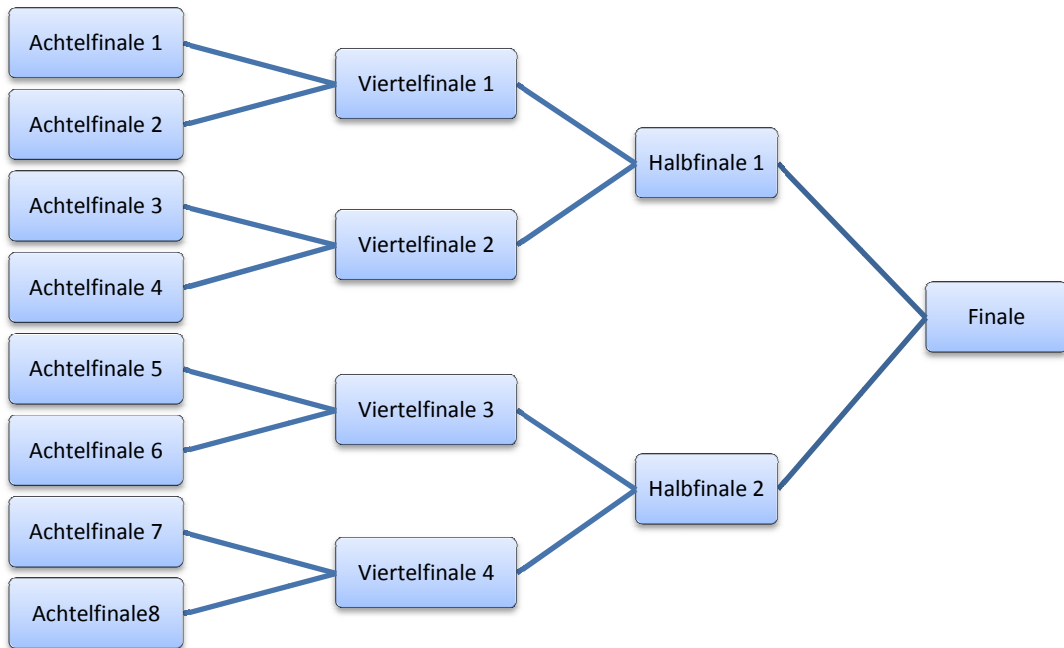


Abbildung 6: Turniersystem der Fußball Weltmeisterschaft

3. Eingehende Überlegungen zu Turniersimulationen

3.1. Lineare Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix

An jedem Turnier nehmen n Teams teil. Dies variiert bei den für diese Arbeit ausgewählten Turniersystemen zwischen 30 und 32. Es spielen immer zwei Mannschaften gegeneinander. Um zu ermitteln welches Team gewinnt, wird eine Matrix verwendet, die die Höhe der Gewinnwahrscheinlichkeiten von jedem Team gegen jedes andere angibt. Mit einer Zufallsentscheidung gemäß der Matrix wird ein Gewinner für jedes Spiel für ermittelt.

Hat man keine Kenntnis, wie die Verteilung der Teamstärke aussieht, bietet es sich an, die Gewinnwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit des Unterschiedes der Teamindizes zu setzen und dies mit der Zahl der teilnehmenden Teams zu skalieren. Die Indizes der Teams verlaufen von 0 bis $n - 1$. Zur genauen Berechnung verwendet man:

$$P_{Linear} = p_{ij} = 0,5 - \frac{i - j}{2 * n},$$

mit

n als der Anzahl der am Turnier teilnehmenden Teams,

i und j , als gegeneinander antretende Teams,

$0 \leq i < n$,

$0 \leq j < n$,

und $i \neq j$.

Der Wert p_{ij} ist die Wahrscheinlichkeit, dass Team i gegen Team j gewinnt. Die Wahrscheinlichkeit für p_{ji} ergibt sich durch $p_{ji} = 1 - p_{ij}$. Bei festem n hängt dies nur von der Differenz der Indizes i und j ab. Ein Team mit einem niedrigen Index hat eine Gewinnchance größer als 50% gegen ein Team mit einem größeren Index. Daraus ergibt sich, dass Team 0 das beste und Team $n-1$ das schlechteste Team ist.

Tabelle 2 zeigt exemplarisch die Gewinnchancenverteilung bei zehn Teams. Beispielsweise gewinnt Team 4 zu 70% gegen Team 8. Team 0 gewinnt mit 95% fast alle Spiele gegen Team 9. Da $p_{ji} = 1 - p_{ij}$ gilt, ergibt sich die untere Dreiecksmatrix analog. Team 9 gewinnt nur zu 5% ein Spiel gegen Team 0. Man sieht sehr deutlich, dass die Gewinnwahrscheinlichkeit in einer Zeile gleichmäßig zunimmt. Deshalb wird dies als lineare Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix bezeichnet. Im Kapitel 4.1 über die Simulationen mit verschiedenen Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrizen wird ebenfalls untersucht, wie realistisch die hier ermittelten Werte sind.²⁷

²⁷ Vgl. Anhang A: Lineare Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix

	Team0	Team1	Team2	Team3	Team4	Team5	Team6	Team7	Team8	Team9
Team0	-	55	60	65	70	75	80	85	90	95
Team1	45	-	55	60	65	70	75	80	85	90
Team2	40	45	-	55	60	65	70	75	80	85
Team3	35	40	45	-	55	60	65	70	75	80
Team4	30	35	40	45	-	55	60	65	70	75
Team5	25	30	35	40	45	-	55	60	65	70
Team6	20	25	30	35	40	45	-	55	60	65
Team7	15	20	25	30	35	40	45	-	55	60
Team8	10	15	20	25	30	35	40	45	-	55
Team9	5	10	15	20	25	30	35	40	45	-

Tabelle 2: Gewinnwahrscheinlichkeiten bei zehn Teams in %

3.2. Gewinnwahrscheinlichkeiten nach dem Elo-System

Mehr Möglichkeiten zur Gewinnwahrscheinlichkeitsberechnung ergeben sich, wenn vorgegebene Stärken der Mannschaften zur Verfügung stehen. Für viele Sportarten werden deshalb Elo-Werte der Mannschaften ermittelt, deren Berechnung sich auf das Wertungssystem von 1959 von Apard Elo stützt. Elos revolutionäre Methode wurde erstmals 1960 vom Amerikanischen Schachverband "United States Chess Federation" (USCF) übernommen und zehn Jahre später von der internationalen "Fédération Internationale des Échecs" (FIDE). Seitdem wurde das System zum Standard für die Bewertung von Schachspielern und breitete sich auch auf andere Sportarten, wie zum Beispiel Fußball, aus.²⁸ Es erlaubt über einen längeren Zeitraum die Stärke einer Mannschaft zu bestimmen und ist resistent gegenüber kurzzeitigen Leistungsschwankungen.

Das System misst die Stärke jeder Mannschaft mit der Wertungszahl r . Mit jedem Spiel verändert sich die Stärke linear abhängig von der erwarteten mittleren Leistung μ und dem Ausgang des Spiel S_{ij} zwischen den Teams i und j . So ergibt sich die Bewertungsfunktion:

$$r_i(\text{neu}) = r_i(\text{alt}) + K(S_{ij} - \mu_{ij})$$

$$\text{mit } S_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{wenn } i \text{ gegen } j \text{ gewinnt,} \\ 0, & \text{wenn } i \text{ gegen } j \text{ verliert,} \\ \frac{1}{2}, & \text{wenn } i \text{ und } j \text{ unentschieden spielen,} \end{cases}$$

$$\mu_{ij} = L(d_{ij}/400) = \frac{1}{1 + 10^{-d_{ij}/400}}$$

$$\text{und } d_{ij} = r_i(\text{alt}) - r_j(\text{alt}).$$

²⁸ Vgl. Eloratings (2014).

Zur Berechnung von μ wird die logistische Funktion

$$L(x) = \frac{1}{1 + 10^{-x}}$$

verwendet. Der logistische Parameter in Höhe von 400 regelt die Streuung der Funktion. Prinzipiell lässt sich dieser Parameter frei wählen, 400 hat sich aus historischen Gründen durchgesetzt. Von einer Mannschaft, die 400 Wertungspunkte mehr besitzt als deren Konkurrent, wird eine zehnmal höhere Gewinnwahrscheinlichkeit erwartet.

Der Parameter K regelt wie schnell sich die Bewertung einer Mannschaft an neue Ergebnisse anpasst oder wie viel Gewicht einem Spiel beigemessen wird. So kann man zum Beispiel neuen Mannschaften einen hohen Wert für K zuweisen, bis sie sich etabliert haben und dann den Wert für K senken, um die Erfahrung und Konstanz der Mannschaft zu betonen. Eine weitere Möglichkeit ist K abhängig von der Wichtigkeit des Spiels festzulegen. Das Abschneiden bei Weltmeisterschaften wird dann höher bewertet als das bei Qualifikationsspielen, Freundschaftsspielen oder anderen Turnieren mit weniger Bedeutung.²⁹

Möchte man mit den Wertungszahlen r eine komplette Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix erstellen, berechnet man μ für jede Paarung:

$$P_{Elo} = p_{ij} = \mu_{ij} = \frac{1}{1 + 10^{-d_{ij}/400}},$$

mit p_{ij} , i, j und d_{ij} wie in den vorherigen Formeln.

Für die Turniersimulationen werden die Elo-Werte der 32 Mannschaften verwendet, die sich für die FIFA Fußball Weltmeisterschaft 2014 qualifiziert haben.³⁰ Benötigt man für ein simuliertes Turnier weniger als 32 Mannschaften, werden die schlechtesten Teams, die sich für die Fußball Weltmeisterschaft qualifiziert haben ignoriert und nur die passende Anzahl von Teams ausgewählt. Bereits beim Betrachten der besten zehn Teams in Tabelle 3 sieht man deutliche Unterschiede zu der linearen Gewinnwahrscheinlichkeitstabelle. Spiele gegen Teams mit nahegelegenen Index sind oft ausgeglichener und Spiele zwischen stark unterschiedlichen Mannschaften zeigen zwar deutliche Gewinn Tendenzen des besseren Teams, jedoch weniger extrem wie in Tabelle 2. Zum Beispiel ist die Begegnung von Team 0 und Team 8 nach der linearen Matrix mit 90% Gewinnwahrscheinlichkeit für Team 0 eindeutig. Anhand der Elo-Werte ergibt sich aber nur ein Vorteil von 77,21% für Team 0.

²⁹ Vgl. Langville/Meyer (2012) S. 53-56.

³⁰ Vgl. Eloratings (2014).

Im Gegensatz zur linearen Matrix ist die Berechnung der Elo-Wahrscheinlichkeiten unabhängig von der Anzahl der am Turnier teilnehmenden Teams.³¹

Elo-Wert		Team0	Team1	Team2	Team3	Team4	Team5	Team6	Team7	Team8	Team9
2110	Team0	-	54,02	57,15	66,10	68,01	75,76	76,39	76,50	77,21	78,01
2082	Team1	45,98	-	53,16	62,40	64,40	72,68	73,36	73,48	74,25	75,12
2060	Team2	42,85	46,84	-	59,39	61,45	70,10	70,82	70,94	71,76	72,68
1994	Team3	33,90	37,60	40,61	-	52,16	61,59	62,40	61,54	63,47	64,54
1979	Team4	31,99	35,60	38,55	47,84	-	59,52	60,35	60,49	61,45	62,54
1912	Team5	24,24	27,32	29,90	38,41	40,48	-	50,86	51,01	52,01	53,16
1906	Team6	23,61	26,64	29,18	37,60	39,65	49,14	-	50,14	51,15	52,30
1905	Team7	23,50	26,52	29,06	37,46	39,51	48,99	49,86	-	51,01	52,16
1898	Team8	22,79	25,75	28,24	36,53	38,55	47,99	48,85	48,99	-	51,15
1896	Team9	21,99	24,88	27,32	35,46	37,46	46,84	47,70	47,84	48,85	-

Tabelle 3: Gewinnwahrscheinlichkeiten der Top zehn Fußballnationen in %

Alternativ kann man die Teams in Klassen einteilen und Gewinnwahrscheinlichkeiten zwischen den Klassen anhand vergangener Spiele abschätzen. Dies hat den Vorteil, dass man die Wahrscheinlichkeit eines Unentschiedens parallel schätzen kann. Für eine bestimmte Sportart kann dies zu guten Schätzungen führen, muss aber für jede Sportart separat erstellt werden. Die Einteilung in einzelne Klassen erlaubt auch keine genauere Beurteilung und Differenzierung der Teamstärke für Teams innerhalb einer Klasse.

Dieser Ansatz wird in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt, da der Aufwand zum Erstellen einer solchen Tabelle gutes Fachwissen voraussetzt und für Teams einer Klasse keine genaue Unterscheidung zulässt.

3.3. Simulation von Unentschieden

Ein gemeinsames Problem der beiden Systeme zur Ermittlung von Gewinnwahrscheinlichkeiten ist, dass nur zwischen Sieg und Niederlage entschieden wird. Während bei manchen Turnieren, wie der NBA oder der MLB Unentschieden durch Spielverlängerung oder ähnliche Mechanismen vermieden wird, kommt es im Schach relativ häufig zu einem Gleichstand am Spielende.

Lässt man zwei Mannschaften zweimal gegeneinander antreten und es ergibt sich beides Mal ein anderer Sieger, kann man dies als Unentschieden werten. Die neue Gewinnwahrscheinlichkeit für einen Sieg berechnet sich durch

$$P_S = p^2,$$

mit der ursprünglichen Gewinnwahrscheinlichkeit p .

³¹ Vgl. Anhang B: Elo-Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix.

Bei der Chance auf ein Unentschieden kommt es nicht darauf an, ob das erste oder das zweite Spiel gewonnen wird. Dementsprechend folgt die Berechnung mit

$$P_U = 2 * (p * (1 - p)).$$

Davon lässt sich ebenfalls die Wahrscheinlichkeit einer Niederlage mit

$$P_N = 1 - (P_S + P_U) = (1 - p)^2$$

ableiten. In Tabelle 4 werden Umrechnungen einiger ausgewählter Gewinnwahrscheinlichkeiten aufgelistet. Im Bereich von $p = 0,3$ bis $p = 0,7$ ist die Wahrscheinlichkeit eines Unentschiedens mit $P_U > 0,4$ relativ groß. Große Unterschiede in der Spielstärke im Bereich von $p > 0,7$ benachteiligen besonders die schwächere Mannschaft, deren Gewinnwahrscheinlichkeit im Vergleich zur Stärkeren deutlich mehr abnimmt. Hingegen wird im Bereich von $p < 0,3$ besonders die stärkere Mannschaft bevorteilt. Ist eine Mannschaft mit $p > 0,9$ schon klarer Favorit, besteht für die schlechtere Mannschaft nach der Umrechnung kaum noch eine Chance auf den Sieg.

p	P_S	P_U	P_N
0,1	0,01	0,18	0,81
0,2	0,04	0,32	0,64
0,3	0,09	0,42	0,49
0,4	0,16	0,48	0,36
0,5	0,25	0,5	0,25
0,6	0,36	0,48	0,16
0,7	0,49	0,42	0,09
0,8	0,64	0,32	0,04
0,9	0,81	0,18	0,01
0,95	0,9025	0,095	0,0025

Tabelle 4: Beispielwerte zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit eines Unentschiedens

3.4. Korrelationsmaße

3.4.1. Spearmans Rangkorrelationskoeffizient

Aus den vorgestellten Matrizen der Gewinnwahrscheinlichkeiten lässt sich einfach ein Musterranking ablesen. Es ist offensichtlich, dass Team 0 das beste Team ist, Team 1 das zweitbeste und im Allgemeinen Team i auf Rang $i+1$.

Um die Güte der Turniersimulationen im Vergleich zu dem gegebenen Musterranking zu messen gibt es verschiedene Korrelationsmaße. Spearmans Rangkorrelationskoeffizient ρ entwickelte C. Spearman 1904 ursprünglich für die Psychologie, wurde aber seitdem von Statistikern angenommen und zur elementaren Messung der Korrelation zweier Ranglisten angewandt.³² Dies lässt sich einfach auf die geordnete Rangliste des Turnierergebnisses übertragen.

Der Koeffizient berechnet sich durch:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (r(x_i) - \overline{r(x)})(r(y_i) - \overline{r(y)})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (r(x_i) - \overline{r(x)})^2 * \sum_{i=1}^n (r(y_i) - \overline{r(y)})^2}}$$

mit

$r(x_i)$ als dem Rang des Teams i im Musterranking,

$\overline{r(x)}$ als den Mittelwert der Teams im Musterranking,

$r(y_i)$ als dem Rang des Teams i im simulierten Ranking,

und $\overline{r(y)}$ als den Mittelwert der Teams im simulierten Ranking.

Wenn zwei oder mehr Teams sich einen Rang teilen, treten Bindungen auf. In solch einem Fall ersetzt man den Rang dieser Teams durch den mittleren Rang der in Frage kommenden Ränge. Belegen zum Beispiel zwei Teams den Rang 3 ersetzt man dies durch den angenommenen Rang 3,5, da diese Teams die Ränge 3 und 4 für sich beanspruchen. In den Simulationen treten Bindungen besonders in den K.-o.-Spielen der Playoffs auf, wenn zwei Teams in der gleichen Runde ausscheiden ohne dass man diese direkt vergleichen kann. Treten keine Bindungen auf, vereinfacht sich die Formel zu:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n (r(x_i) - r(y_i))^2}{n * (n^2 - 1)}.$$

Je näher ρ an 1 liegt, desto besser korrelieren die Rankings und desto genauer ist das Turnierformat.³³

³² Vgl. Kendall/Gibbons (1990) S. 8f.

³³ Vgl. Hartung (2009) S. 553f.

3.4.2. Spearman's Footrule

Spearman verwendete ursprünglich die einfachen Rangunterschiede als Basis für ein Korrelationsmaß. Dies bezeichnet man auch als Spearman's Footrule:

$$\delta = \sum_{i=1}^n |r(x_i) - r(y_i)|.$$

Damit lässt sich ein ähnliches Maß berechnen:

$$\sigma = 1 - \frac{3 * \delta}{n^2} = 1 - \frac{3 \sum_{i=1}^n |r(x_i) - r(y_i)|}{n^2}.$$

Wenn beide Rankings identisch sind, ist offensichtlich $\delta = 0$ und $\sigma = 1$. Das Minimum ist bei entgegengesetzten Rankings $\sigma = -0,5$.³⁴

In der Praxis zeigte sich, dass die Graphen über σ und ρ eine sehr ähnliche Form haben und dieselben Schlüsse gezogen werden können. In Abschnitt 4 werden in der Regel die Bezüge nur zu ρ hergestellt, obwohl das gleiche Resultat auch mit σ zu beobachten ist. Dennoch bietet es die Grundlage für genauere Vergleichsmethoden.

3.4.3. Spearman's Weighted Footrule

Spearman's Footrule lässt sich noch auf eine andere Art erweitern. Da für Sportrankings die ersten Plätze wesentlich interessanter sind als die mittleren und unteren Ränge, sollten auch die verdienten Mannschaften die vorderen Plätze erreichen. Gewichtet man die Differenz in den Rankings mit dem erwarteten Rang ergibt sich Spearman's Weighted Footrule:

$$\phi = \sum_{i=1}^n \frac{|r(x_i) - r(y_i)|}{\min \{r(x_i), r(y_i)\}}.$$

Jeder Unterschied im Ranking wird noch durch seinen erwarteten Rang geteilt. Der Fehler von schlechten Teams wird mit einem größeren Quotienten deutlich mehr abgeschwächt als bei Teams am oberen Ende des Rankings. Ein gutes Team, das nicht seinen erwarteten Rang erreicht, fällt somit deutlich mehr ins Gewicht als ein schlechteres Team. Angenommen Team 3, von dem man den vierten Rang erwartet, liegt am Ende der Simulation auf Rang 5, ist der Quotient $\min\{r(x_i), r(y_i)\} = 4$. Wohingegen für Team 27, das auf dem 29. statt 28. Rang landet, $\min\{r(x_i), r(y_i)\} = 28$ ist. Der Rang von Team 3 ist also 7-mal so gewichtig wie der Rang von Team 27, obwohl beide nur um einen Platz

³⁴ Vgl. Kendall/Gibbons (1990) S. 37-39.

schlechter als erwartet sind. Kleinere Werte zeichnen eine stärkere Ähnlichkeit der Ranglisten aus.³⁵

Da sich die Normierung von ϕ auf eine Skala von -1 bis 1 schwierig gestaltet, wird darauf verzichtet. Je näher das Maß an das Minimum von 0 heran kommt, desto besser ist das verglichene Ranking.

3.5. Bemerkungen zur Implementierung

Auf eine komplette und detaillierte Beschreibung zur Implementierung der Simulationssoftware wird hier verzichtet. Der größte Teil des Programcodes entspricht der exakten Matchzuweisung, wie es in dem Turnierformat beschrieben ist. Dennoch werden hier einige Besonderheiten und Eigenschaften erläutert.

Die Software wurde Modular gestaltet. Neue Elemente lassen sich einfach hinzufügen und kombinieren. Aus einem Gruppen- und Playoffelement lässt sich so sehr schnell die Simulation der WM zusammensetzen. Das Playoffelement kann ebenfalls in den anderen Ligen wiederverwendet werden.

Eine Basisklasse sorgt dafür, dass jedes Turnier mehrmals simuliert wird, um genaue Mittelwerte der ρ , σ und ϕ Korrelationsmaße zu bilden. In der Regel ist dies auf 100.000 Durchläufe gesetzt. Lediglich bei Turnieren, bei denen mehr als 16 Schweizer Runden gespielt werden, wird die Zahl der Simulationen auf 1.000 reduziert, da die Zeit zur Berechnung der Paarungen um einen Faktor von bis zu 100.000 zunimmt. Die Simulation von 1.000 Turnieren liefert dennoch eine Genauigkeit der Korrelationen auf zwei gültige Stellen.

Zu Beginn jeder Simulation werden die Teams zufällig auf die Gruppen oder Divisionen aufgeteilt. Durch die hohe Zahl der Simulationsläufe kann man im Durchschnitt eine gleichmäßige Verteilung der Mannschaftsstärken erwarten.

Eine Unterscheidung von Heim- und Auswärtsspiel wird nicht unternommen. Eventuelle Vorteile von Heimspielen würden sich im nächsten Auswärtsspiel wieder ausgleichen. Auf eine Feinwertung bei Punktgleichstand wird ebenfalls verzichtet. Die Rangfolge bei punktgleichen Teams wird per Zufall ermittelt. Da bei der Simulation von Spielen nur der Sieger ermittelt wird und nicht die erzielten Tore oder ähnliches ist eine Feinwertung nicht möglich. Hier wären für jedes Turnierformat eigenständige Regeln zu implementieren.

Für die Playoffs spielt in der Regel die beste Mannschaft gegen die schlechteste, die Zweitbeste gegen die Zweitschlechteste und so weiter, sofern die Turnierregeln nichts genaueren spezifizieren.

³⁵ Vgl. Langville/Meyer (2012) S. 206f

Schließlich wird die Zahl der gespielten Spiele gezählt, um den Umfang des Turniers zu erfassen. Hierbei ist zu beachten, dass in den Playoffs bei einer Paarung generell nur ein Spiel gespielt wird, unabhängig davon wie die offiziellen Regeln der Sportart dies vorsehen.

3.6. Durchführung der Turniersimulationen

Bei einem Turnier muss man vorab zwischen verschiedenen Parametern entscheiden. Der erste Parameter erfasst die gewählte Matrix zur Ermittlung der Gewinnwahrscheinlichkeiten. Hier stehen die lineare Matrix aus Kapitel 3.1 oder die Berechnung anhand der Elo-Werte aus Abschnitt 3.2 zur Auswahl. Des Weiteren muss man entscheiden, ob man unentschiedene Spiele zulässt oder nicht und eventuell die Transformation aus Abschnitt 3.3 auf die Gewinnwahrscheinlichkeiten anwenden.

Zum Vergleich obiger Turnierformate dient ein System, das nur eine Gruppe mit 32 Mannschaften beinhaltet und jeder-gegen-jeden einmal spielt, sowie ein K.-o.-System, das mit 32 Mannschaften in der ersten Runde startet.

Zusätzlich zu den gegebenen Turnierformaten aus Abschnitt 2 werden diese teilweise modifiziert, um zu messen, ob so eine genauere Ermittlung der Rangfolge möglich ist. Das System der Fußball WM wird ferner mit vier beziehungsweise zwei Gruppen und anschließenden 16-Team-Playoffs simuliert, um den Einfluss der Gruppenzahl und -größe zu messen und wie viel Spiele in einem solchen Fall mehr oder weniger nötig sind.

Bei der deutschen Schachmeisterschaft werden 32 Teilnehmer angenommen, um vergleichbare Werte zu den anderen Sportarten sicherzustellen. Die Zahl der Schweizer Runden wird von 1 bis 31 gewählt. Weitere Simulationen der Schachmeisterschaft werden mit einer, zwei oder vier Gruppen gefolgt von einem 16-Team-Playoff getätigt, um herauszufinden, ob mit weniger Spielen möglicherweise bessere Ergebnisse erzielt werden können und wie viel genauer ein Ranking ist, wenn mehr Spiele gespielt werden.

4. Vergleich und Analyse der Simulationen

In diesem Kapitel werden die vorgestellten Turniere simuliert und anhand der ermittelten Messwerte die Vor- und Nachteile herausgearbeitet. In jedem Unterpunkt wird ein anderer Parameter in der Eingabe geändert um seine Auswirkungen isoliert zu betrachten.

4.1. Auswirkungen der Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix

Als erstes werden die Turniere mit den gezeigten Linearen und Elo-Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrizen durchgerechnet. In Abbildung 7 wird die Messung des Spearman-Koeffizienten ρ in zehn verschiedenen Turnieren gezeigt. Da beide Matrizen im Großen und Ganzen sehr ähnlich sind, ergeben sich auch bei den Turnieren ähnliche Messwerte. Schaut man sich allerdings die Werte von ϕ in Abbildung 8 an, erkennt man, dass mit der Elo-Verteilung deutlich höhere Werte erzielt werden.

Um dies zu verstehen muss man einen genaueren Blick auf die Gewinnverteilungen beziehungsweise deren Differenz werfen. In Tabelle 5 ist diese als Differenz von P_{Elo} und P_{linear} ausschnittsweise dargestellt. Die ersten fünf Teams weisen einen deutlich größeren Elo-Wert auf, als die Nachfolgenden. So gewinnt Team 0 gegen Team 5 nach der Elo-Matrix zu 75,8%. Das sind 18% mehr als die lineare Verteilung vorschlägt. Ähnliche Unterschiede finden sich gegen alle Teams im Bereich von Team 5 bis Team 21, die in der Tabelle orange bis rot eingefärbt sind im Vergleich zu den gelben und grünen Feldern. Insgesamt sind die Matrizen aber sehr ähnlich. Betrachtet man die obere Dreiecksmatrix der Differenzen ergibt sich ein Mittelwert von nur 1,522 und eine Standardabweichung von 4,7.³⁶

Da die vorderen Plätze im Sport von wesentlich wichtigerer Bedeutung sind, konzentriere ich mich stärker auf die Messungen von ϕ . Bei allen weiteren Simulationen wird deshalb die Elo-Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix herangezogen. Diese erscheint auch realitätsnäher, da echte Mannschaften und deren Spielergebnisse zur Berechnung zugrunde gelegt wurden.

Die Simulationen "WM 4 grp" und "WM 2 grp" repräsentieren das System der WM mit vier bzw. zwei Gruppen. Hier verbessert sich die Korrelation des Gesamtrankings um bis zu 25% für vier Gruppen bzw. bis zu 62% für 2 Gruppen. Der Nachteil dieser Ansätze liegt klar bei der doppelten bzw. vierfachen Menge an Spielen. Abschnitt 4.4 geht dieses Problem an und schlägt eine Lösungsmöglichkeit vor.

Auch bei den anderen Turnieren erkennt man den Zusammenhang zwischen der Anzahl der Spiele und der Korrelation. Kapitel 4.5 befasst sich umfassend mit dieser Beobachtung.

³⁶ Vgl. Anhang C: Differenz von Elo-Gewinnwahrscheinlichkeiten und Linearen Gewinnwahrscheinlichkeiten.

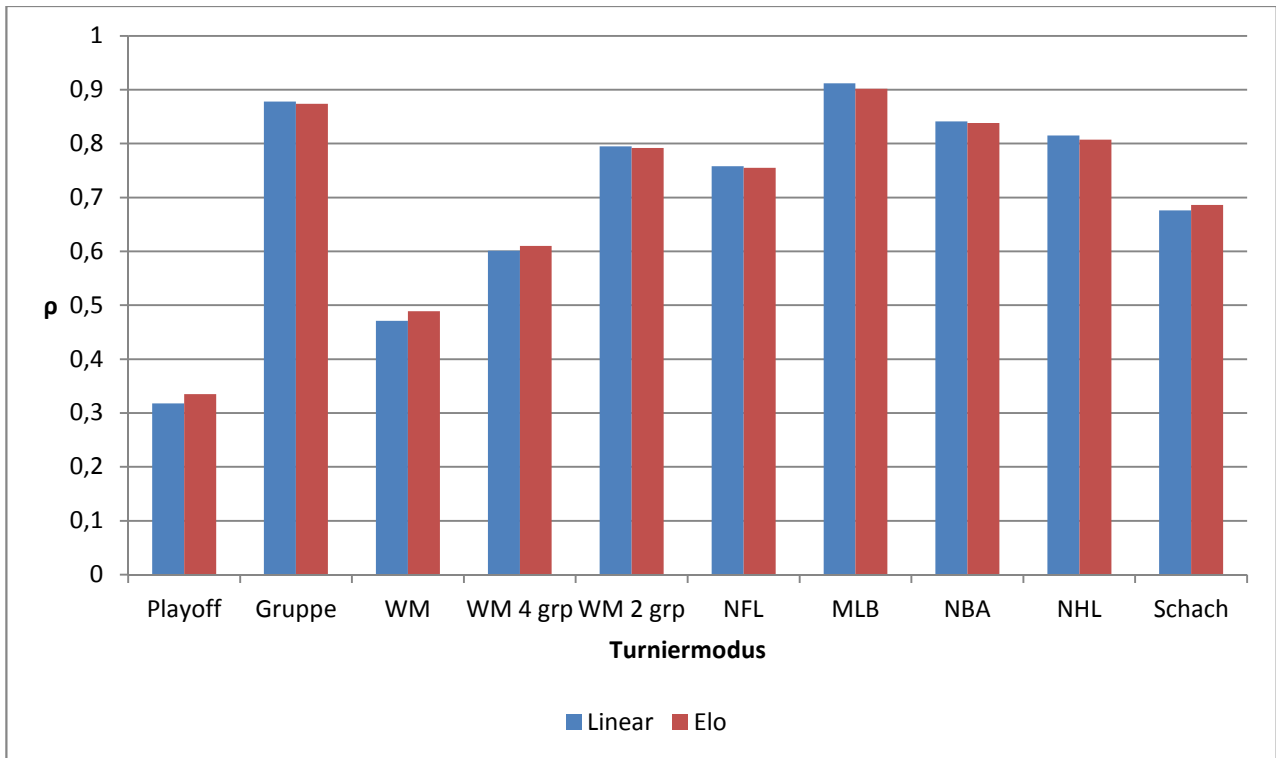


Abbildung 7: Auswirkung der Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix auf ρ ³⁷

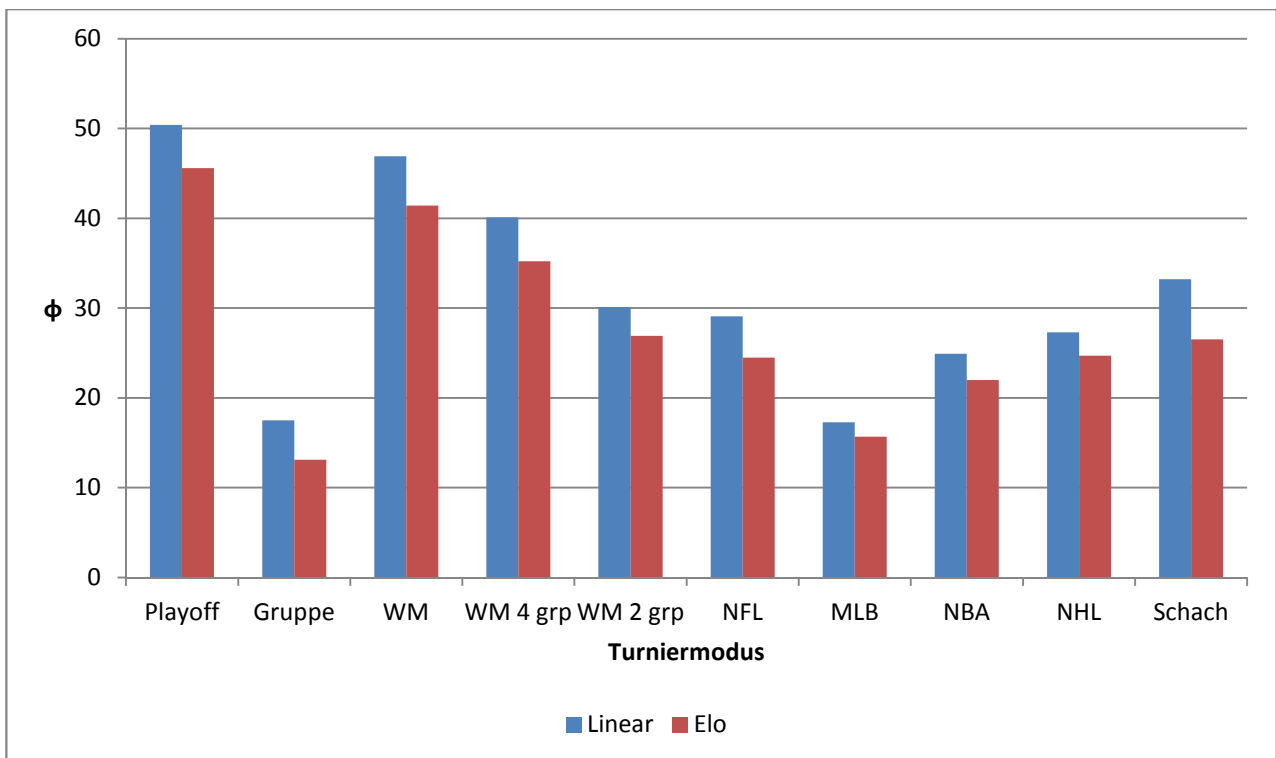


Abbildung 8: Auswirkung der Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix auf ϕ ³⁸

³⁷ Vgl. Anhang D: Messwerte ID 1-25.

³⁸ Vgl. Anhang D: Messwerte ID 1-25.

Elo-Wert		Team 00	Team 01	Team 02	Team 03	Team 04	Team 05
2110	Team 00	---	2,5	4	11,4	11,8	18
2082	Team 01	-2,5	---	1,6	9,3	9,7	16,4
2060	Team 02	-4	-1,6	---	7,8	8,3	15,4
1994	Team 03	-11,4	-9,3	-7,8	---	0,6	8,5
1979	Team 04	-11,8	-9,7	-8,3	-0,6	---	8
1912	Team 05	-18	-16	-15	-8,5	-8	---
1906	Team 06	-17	-16	-15	-7,7	-7,2	0,7
1905	Team 07	-15,6	-14	-13	-6,3	-5,8	2,1
1898	Team 08	-14,7	-13	-12	-5,7	-5,2	2,7
1896	Team 09	-13,4	-12	-11	-4,4	-3,9	3,9
1887	Team 10	-12,7	-11	-11	-4	-3,6	4,2
1855	Team 11	-14,1	-13	-12	-6,5	-6,2	1,2
1846	Team 12	-13,3	-12	-12	-6	-5,8	1,6
1822	Team 13	-13,7	-13	-13	-7,3	-7,1	-0,2
1819	Team 14	-12,4	-12	-11	-6,1	-5,9	1
1816	Team 15	-11	-10	-10	-4,8	-4,7	2,2
1813	Team 16	-9,7	-9	-8,7	-3,6	-3,5	3,3
1807	Team 17	-8,6	-8	-7,7	-2,7	-2,6	4,1
1797	Team 18	-7,7	-7,2	-7	-2,2	-2,2	4,3
1786	Team 19	-6,9	-6,5	-6,3	-1,8	-1,8	4,5
1779	Team 20	-5,8	-5,4	-5,3	-1	-1	5,2
1758	Team 21	-5,5	-5,3	-5,4	-1,4	-1,5	4,2

Tabelle 5: Differenz zwischen Elo- und Linearer Gewinnwahrscheinlichkeiten in %. Höhere Gewinnwahrscheinlichkeiten in der Elo-Matrix sind grün eingefärbt. Niedrigere Wahrscheinlichkeiten sind rot eingefärbt.³⁹

4.2. Auswirkungen von Unentschieden

Der nächste Eingabeparameter umfasst die Möglichkeit, dass ein Spiel unentschieden ausgehen könnte. Wie in Abschnitt 3.3 beschrieben, werden intern zwei Spiele simuliert, um das Ergebnis des eigentlichen Spiels festzulegen. Da in den amerikanischen Ligen und den Playoffs Unentschieden verhindert werden, treten diese bei der Untersuchung nicht auf. Abbildung 9 zeigt die Auswirkungen auf Spearmans Korrelationskoeffizient. Das Ranking konnte durch die Modifikation der Gewinnwahrscheinlichkeiten mit der Möglichkeit auf Unentschieden bei allen Turnieren um durchschnittlich 11% verbessert werden. Die größte Verbesserung wurde bei der WM mit 16% erzielt, da jede Mannschaft nur drei Gruppenspiele spielt und so ein einzelnes Spiel von großer Bedeutung ist. Die Chance auf einen totalen Ausrutscher gegen schlechte Mannschaften wird reduziert, wie schon in Tabelle 4 gezeigt wurde. Die Möglichkeit eines Unentschieden erlaubt auch ein feineres Gruppenranking, da ein Punktgleichstand zweier Mannschaften unwahrscheinlicher wird. Unentschieden werden im Fußball nur zu einem Drittel und im Schach nur zur Hälfte der Punkte eines Sieges gewertet.

³⁹ Vgl. Anhang C: Differenz von Elo-Gewinnwahrscheinlichkeiten und Linearen Gewinnwahrscheinlichkeiten.

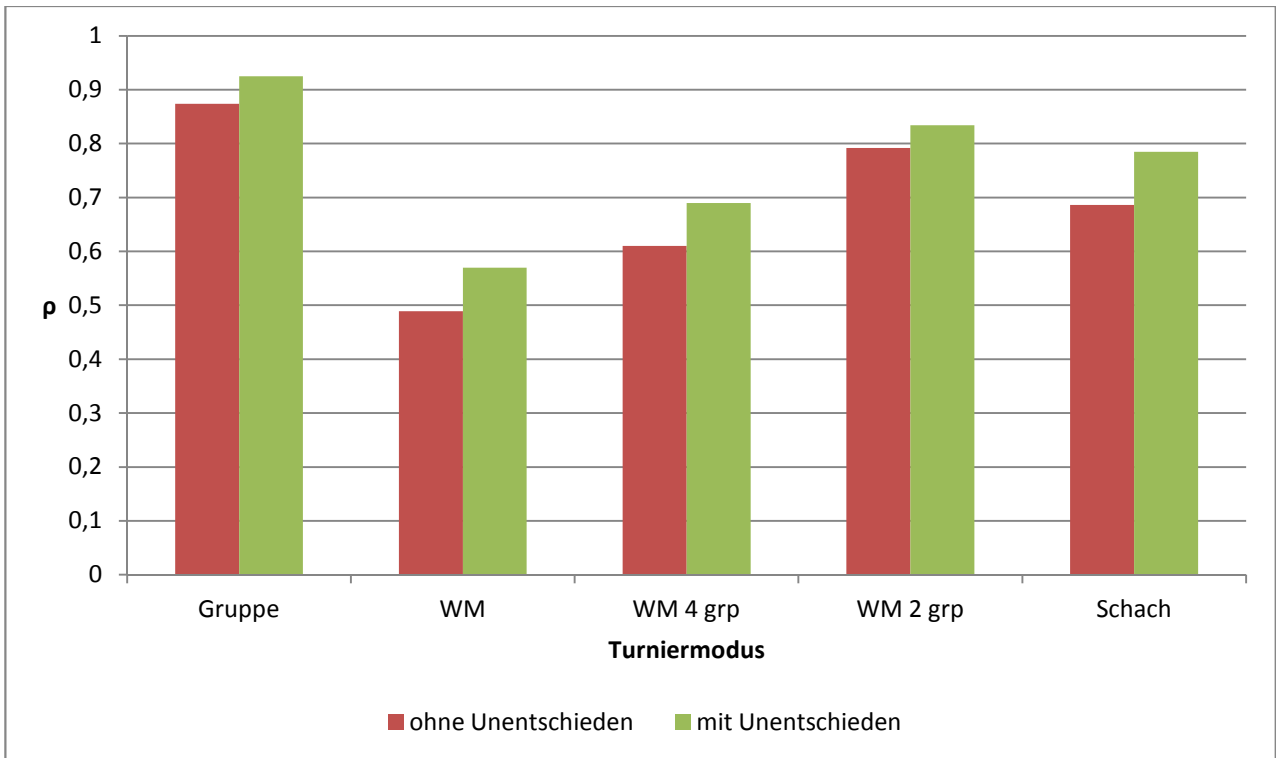


Abbildung 9: Auswirkung von Unentschieden auf ρ^{40}

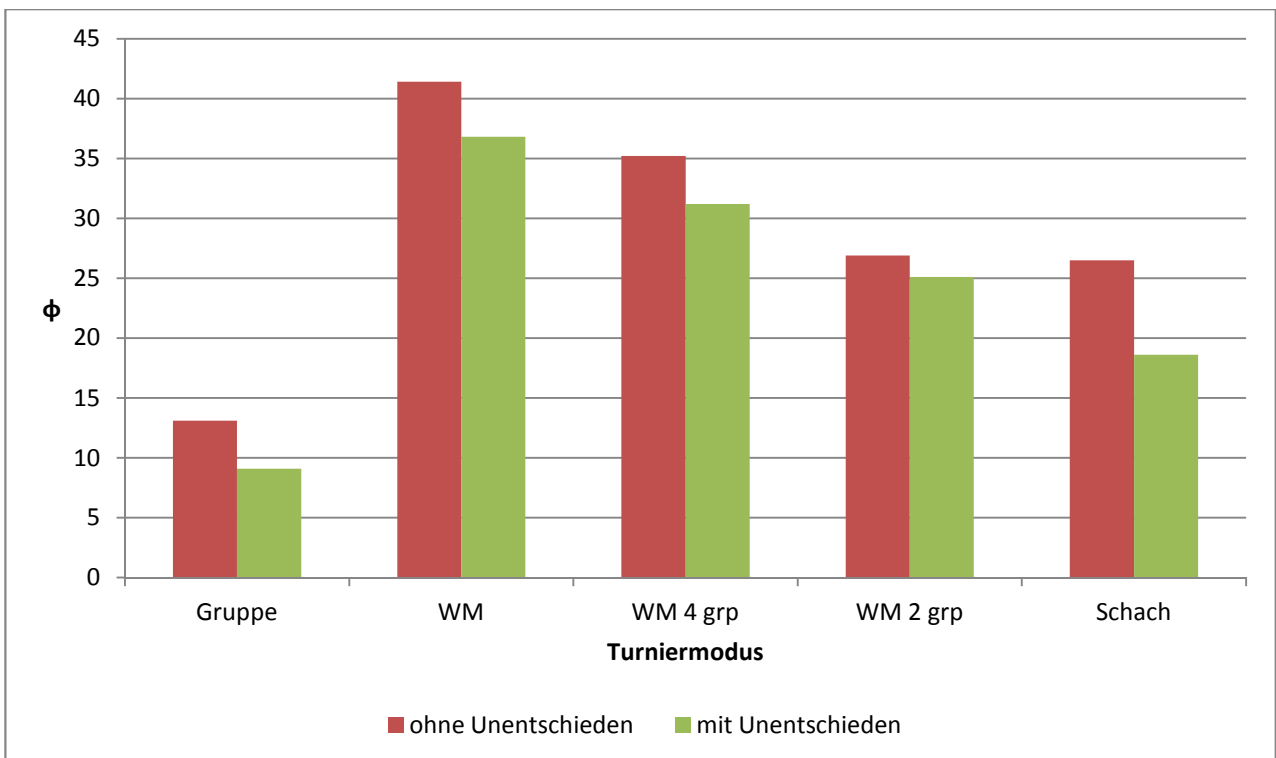


Abbildung 10: Auswirkung von Unentschieden auf ϕ^{41}

⁴⁰ Vgl. Anhang D: Messwerte ID 11-25.

⁴¹ Vgl. Anhang D: Messwerte ID 11-25.

Die Korrelation der vorderen Plätze konnte ebenfalls bei allen Turnieren verbessert werden, wie man in Abbildung 10 erkennt. Durchschnittlich wurde ϕ um 18% gesenkt bei einem Maximum von 30% im Turnier mit nur einer Gruppe. Auch hier profitieren die guten Mannschaften von den angepassten Gewinnwahrscheinlichkeiten. Eine Niederlage ist deutlich unwahrscheinlicher und selbst bei einem Unentschieden bekommt man genauso viele Punkte wie der direkte Kontrahent.

4.3. Anzahl der Schweizer Runden bei der Schachmeisterschaft

Bei der deutschen Schachmeisterschaft drängt sich die Frage auf, warum genau neun Runden gespielt werden und ob es sinnvoll wäre mehr oder weniger Runden zu spielen. Abbildung 11 und 12 zeigen die Ergebnisse bei 32 Spielern, die zwischen einer und 31 Runden spielen. Wie zu erwarten ist, steigt die Korrelation der Simulation zu dem Vergleichsranking mit jeder Runde an. Bei der Messung mit Unentschieden steigt der Korrelationskoeffizient ρ in den ersten vier Spielen sehr schnell von 0,367 auf 0,645 an. In den fünf nächsten Spielen kommen nur 0,14 Punkte hinzu. In den Runden neun bis 15 sind es nur 0,052 und in den letzten 16 Runden nur 0,089 Zuwachs. Man sieht sehr deutlich, dass die Kurve im Bereich von 9 bis 12 Runden deutlich flacher wird. Weitere Runden präzisieren somit nur zu einem kleinen Teil das abschließende Ranking. Deshalb ist die Entscheidung für genau neun Runden im Schach sinnvoll. Die hier vorliegende Arbeit unterstützt somit die Anzahl der gespielten Runden im Schach.

Es gibt auch praktische Gründe für die Entscheidung das Turnier auf neun Runden zu begrenzen. Einerseits wird die Dauer in einem überschaubaren Rahmen gehalten, da ein Tag pro Turnierrunde angesetzt ist, andererseits haben die meisten Spieler schon gegen ihre direkten Konkurrenten in dem Ranking gespielt und müssten gegen Spieler antreten, die mehrere Plätze Unterschied zu ihnen haben.⁴² Dies widerspricht der Intention des Schweizer Systems.

⁴² Vgl. Schachbund (2013) S. 1.

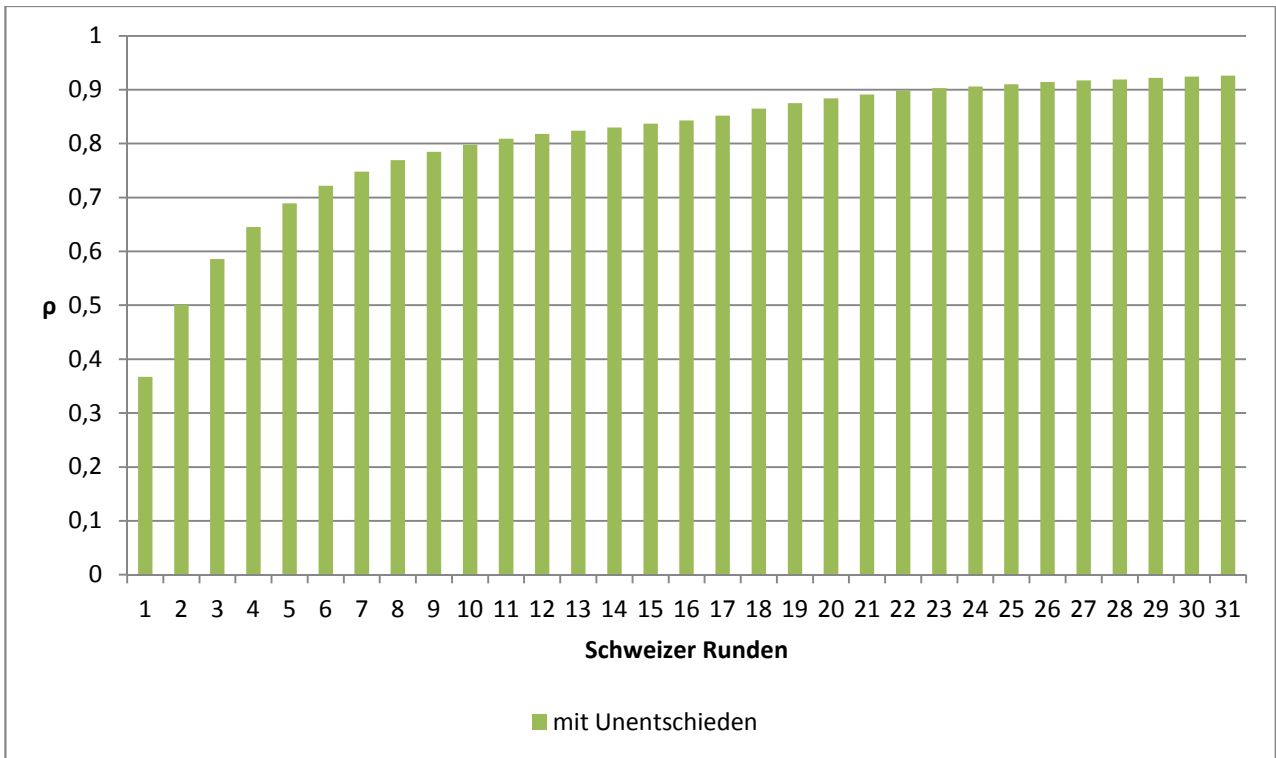


Abbildung 11: ρ in Abhängigkeit gespielter Schweizer Runden⁴³

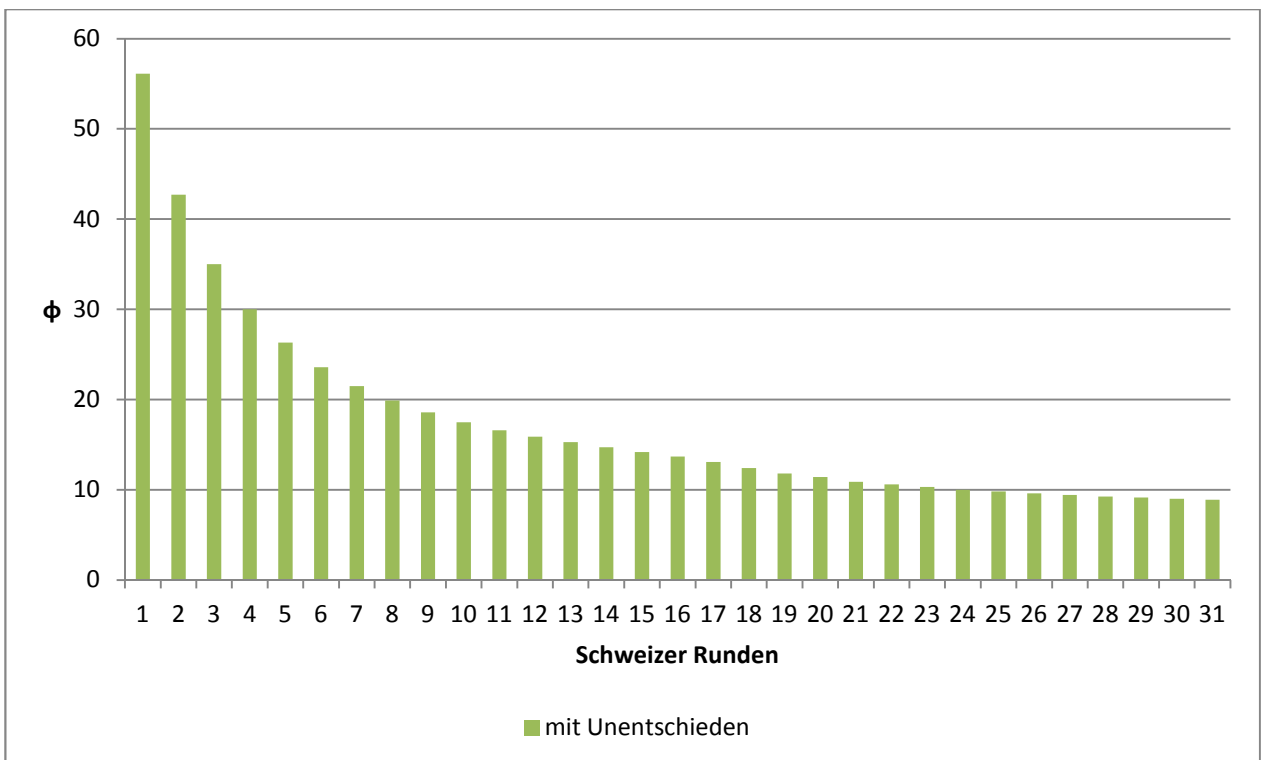


Abbildung 12: ϕ in Abhängigkeit gespielter Schweizer Runden⁴⁴

⁴³ Vgl. Anhang D: Messwerte ID 57-87.

⁴⁴ Vgl. Anhang D: Messwerte ID 57-87.

4.4. Schweizer System mit zwei und vier Gruppen

Wie man bisher gesehen hat, führen schon wenige Schweizer Runden zu einem akzeptablen Ranking. Im Folgenden wird versucht dieses System auf die Turniere "WM 4 grp" und "WM 2 grp" zu übertragen und schon mit wenigen Spielen in der Gruppenphase die Qualifikanten für die anschließenden 16-Team-Playoffs zu gewinnen. Zusätzlich wird ein Turnier simuliert in dem alle Teams in einer Gruppe spielen und ebenfalls ein 16-Team-Playoff am Ende abhalten. Simulationen werden für eine bis zur maximal möglichen Zahl Schweizer Runden durchgeführt. Bei einer Aufteilung der Teams in verschiedene Gruppen sind weniger Runden möglich, da schon nach 15 bzw. sieben Runden alle Gruppenmitglieder gegeneinander gespielt haben, da im Schweizer System niemals Mannschaften gegeneinander spielen dürfen, die in diesem Turnier bereits gegeneinander angetreten sind. Als Richtwert dient die Simulation ohne Playoffs aus Kapitel 4.3.

Bei der Betrachtung des Gesamtrankings in Abbildung 13 zeigen die Kurven der vorgeschlagenen Systeme einen ähnlichen Verlauf wie die grüne Vergleichssimulation ohne Playoffs. Die Simulation mit zwei Gruppen erzielt nur in den ersten vier Runden ein besseres Ranking als der Vergleichswert und wächst danach nur noch langsamer. Die Simulationen mit einer und vier Gruppen fallen schon in der zweiten Runde hinter das Vergleichsranking.

Betrachtet man verstärkt die Spitze des Rankings mit ϕ in Abbildung 14, erlangen die neuen Turniere nur in den ersten beiden Runden ein besseres Ranking als ohne Playoffs. Danach ist nur eine geringe Verbesserung zu beobachten und die Ergebnisse bleiben weit hinter dem einstufigen Turnier.

Die guten Ergebnisse in den ersten Runden kommen durch die zusätzlichen Playoffs zustande. Nach einer bzw. zwei Schweizer Runden kann man nicht wirklich von einem guten Ranking sprechen, da viele Teams gleich viele Punkte haben und sich einen Rang teilen, wie schon das Beispiel in Kapitel 2.6 über die Schachmeisterschaft zeigte. Die Playoffs bringen eine mögliche Ordnung in die vorderen Plätze. Genau diese Playoffs sind aber auch der Grund für das schlechte Abschneiden bei mehreren gespielten Runden. Während das Schweizer System dann eine genaue Unterscheidung der Plätze ermöglicht, werden bei den Playoffs die Plätze drei, fünf und neun auch mehrfach vergeben und erlauben keine korrekte Rangfolge der Teams. Für Team 5 ist es dann nie möglich sich auf dem Vergleichsrank 6 zu positionieren. Dies erklärt den konstanten Abstand zwischen der grünen Kurve und der Violetten bzw. Hellblauen in Abbildung 13. Da bei ϕ die vorderen Plätze mehr gewichtet werden, ist der gemessene Fehler ebenfalls größer als bei ρ .

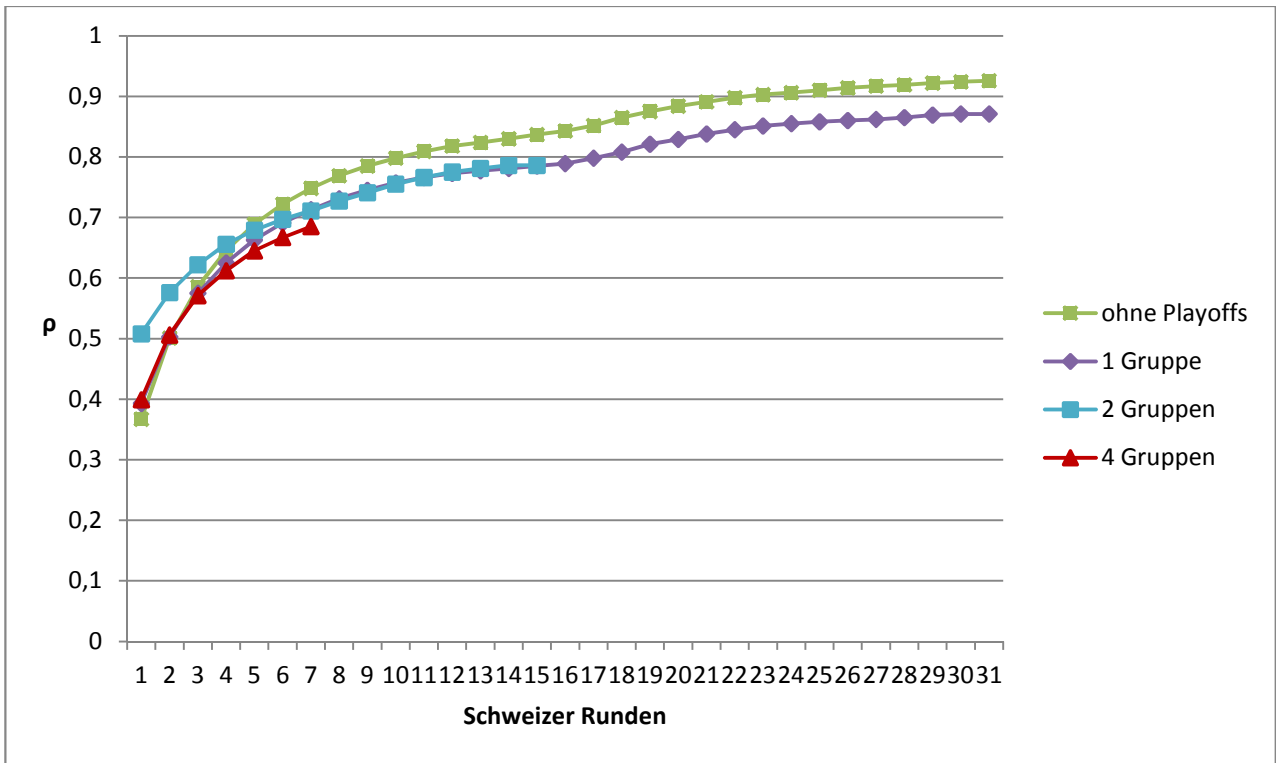


Abbildung 13: ρ in Abhängigkeit gespielter Schweizer Runden bei Turnieren mit mehreren Gruppen und Playoffs⁴⁵

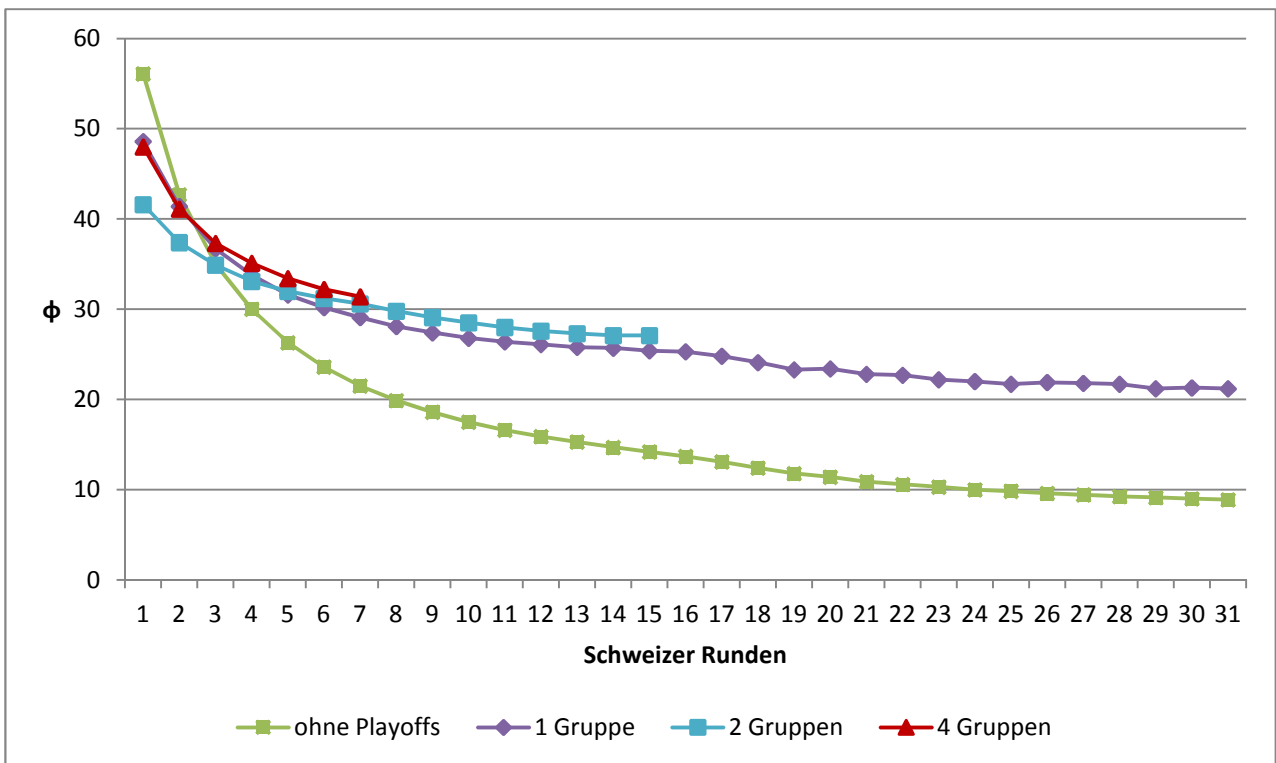


Abbildung 14: ϕ in Abhängigkeit gespielter Schweizer Runden bei Turnieren mit mehreren Gruppen und Playoffs⁴⁶

⁴⁵ Vgl. Anhang D: Messwerte ID 88-140.

⁴⁶ Vgl. Anhang D: Messwerte ID 88-140.

4.5. Auswirkungen der Anzahl der gespielten Spiele

Letztlich wird untersucht, wie viele Spiele nötig sind, um ein gutes Ranking zu erhalten. In Abbildung 15 ist die Korrelation ρ aller bisher behandelten Turnierformate aufgelistet.

Durch die logarithmische Skalierung der x-Achse erscheinen die Turniere nach dem Schweizer System als Gerade. Das heißt, man benötigt bei diesen Systemen die vierfache Zahl der Spiele um ein doppelt so gutes Ranking zu bekommen. Zum Beispiel beträgt der Abstand zur optimalen Korrelation von 1 bei der Messung "Schach 48 Spiele" 0,539 ($= 1 - \rho = 1 - 0,461$). Am Messpunkt "Schach 192 Spiele" beträgt dieser nur noch 0,265 ($= 1 - 0,735$).

Die Turniervariationen der WM mit zwei, vier oder acht Gruppen in der ersten Phase führen zu ähnlichen Resultaten, wie ein Schachturnier mit der entsprechenden Anzahl an Runden. Die Korrelation steigt um ca. 50% bei der Halbierung der Gruppenszahl und damit verbundenen Verdopplung der Spiele.

Nach 31 Schweizer Runden in Schachturnieren hat jedes Team gegen jedes andere gespielt. Dies entspricht genau dem Gruppensystem mit 496 Spielen, das anfangs als Vergleichsturnier vorgestellt wurde. In der Grafik sieht man, wie die Reihe der blauen Punkte sich der schwarzen Markierung des Gruppensystems nähert.

Die NFL spielt 267 Spiele mit einer Rangkorrelation von 0,755, das WM-System mit zwei Gruppen trägt 255 Spiele aus und kommt zu einer Korrelation von 0,792 und das Schweizer System erreicht nach 16 Runden und 256 Spielen einen Wert von 0,776. Dies sind nur relativ kleine Unterschiede, sodass sich nicht mit Sicherheit sagen lässt, welches System besser ist.

Die NBA und NHL spielen jeweils 1245 Spiele. Während die NBA eine Korrelation von 0,838 erlangt, kommt die NHL nur auf 0,807. Aber auch diese Abweichung ist unter 5% und man kann die Turniere nicht signifikant unterscheiden. Dennoch fällt auf, dass die Werte hinter dem einfachen Gruppensystem mit nur 496 und $\rho = 0,874$ zurück bleiben.

Die MLB bestreitet mit 2439 Spielen fast den doppelten Aufwand als die anderen behandelten Turniere. Die Korrelation von 0,902 ist auch das beste gemessene Ergebnis nach dem Gruppensystem auf Kosten der fünffachen Spiele. Der Zusammenhang zwischen der Anzahl der gespielten Spiele und ρ ist deutlich zu sehen, schwächt aber mit der Zeit ab.

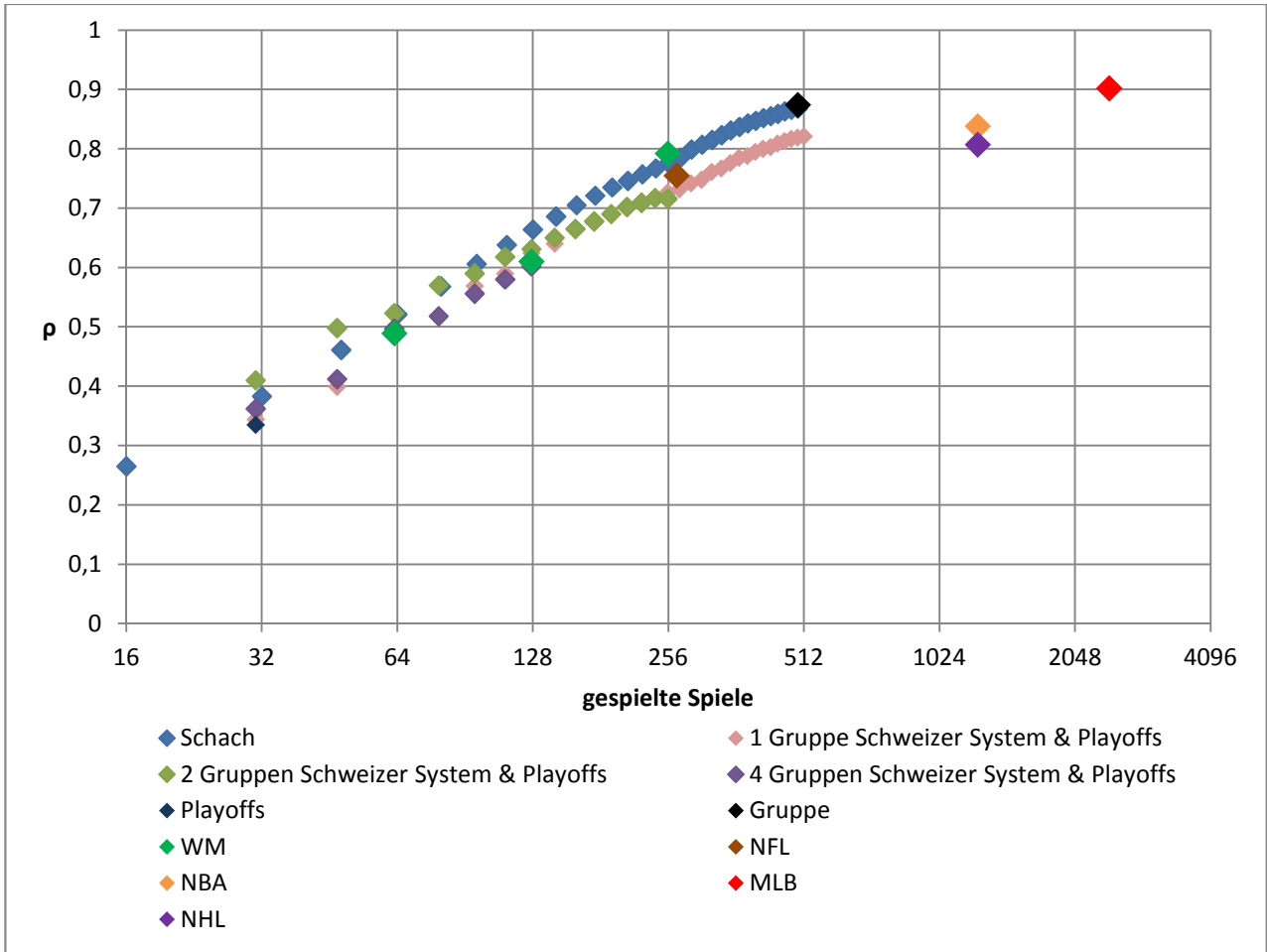


Abbildung 15: p aller Turnierformate in Abhängigkeit der gespielten Spiele⁴⁷

⁴⁷ Vgl. Anhang D: Messwerte ID 1-20, 26-56, 141-193.

5. Fazit

In der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, dass der Ausgang eines Turnieres von dem verwendeten Turniermodus abhängt und nicht immer das beste Team gewinnen kann.

Die naive Annahme, dass man mit mehr Spielen auch ein genaueres Ranking erhält, wurde in Abschnitt anschaulich 4.5 widerlegt. Zwar bekommt man schon bei kleinen Turnieren mit wenigen zusätzlichen Spielen ein besseres Ranking, wie man zum Beispiel an der Schach-Messreihe in Abbildung 15 sieht, dennoch zeigen die NBA und NHL, dass man mit vielen Spielen in der ersten Phase am Ende nicht unbedingt ein besseres Ranking erhält.

Das Gruppensystem mit 496 Spielen bietet auf den ersten Blick alles, was man von einem guten Turnier erhofft. Einerseits korreliert es sehr stark mit dem Vergleichsranking und man erwartet die beste Mannschaft als Turniersieger. Andererseits erfüllt es alle Kriterien der Fairness, da jeder gegen jedes andere Team genau einmal spielt. Bei der ungleichen Zahl an Spielen gegen vermeintlich stärkere oder schwächere Mannschaften könnten manche Teams einen Vor- oder Nachteil erhalten.

Dieses System findet man oft in nationalen europäischen Ligen, wie zum Beispiel der Fußball Bundesliga. Diese geht sogar noch einen Schritt weiter und trägt ein Hin- und Rückspiel für jede Paarung aus. Da aber nur 18 Mannschaften in der Fußball Bundesliga spielen, kommen in der Summe auch nur 306 Spiele zustande. Dies macht deutlich, dass das Gruppensystem bei einer kleinen Gruppengröße wesentlich weniger Aufwand bedeutet.

Dennoch ist es nicht möglich dieses System überall zu etablieren. Bei den Schachmeisterschaften oder der Fußball WM muss innerhalb von wenigen Tagen oder Wochen ein Sieger gefunden werden. Fast 500 Spiele sprengen deutlich den Rahmen einer solchen Veranstaltung. Deshalb sind hier Alternativen mit weniger Spielen nötig.

Für die amerikanischen Ligen ist es aufgrund der geografischen Verteilung der Mannschaften logistisch nicht vertretbar bei gleichem Turnierumfang gegen jede Mannschaft gleich oft zu spielen. Diese Ligen konzentrieren sich deshalb primär auf regionale Spiele, um Reisekosten und -strapazen gering zu halten.

Den Turnierumfang zu reduzieren kommt für die großen Ligen aber auch aus geschäftlichen Gründen nicht in Frage. Jedes Spiel mehr bedeutet zusätzliche Einnahmen durch verkaufte Saisontickets, Merchandise und TV-Rechte für die Ligabetreiber und die Mannschaften. Dies zählt zu den wichtigsten Geldquellen der Vereine.⁴⁸

Playoffs nach einer Gruppenphase führen nicht unbedingt zu einem genaueren Rating, wie man in Abschnitt 4.4 sieht. Sie sind aber eine geeignete Möglichkeit einen Sieger zwischen mehreren Gruppen auszumachen. Alternativ kann man ein Ranking über mehrere Gruppen hinweg erstellen, was in den großen amerikanischen Ligen durchgeführt wird, um die Qualifikanten für die Playoffs zu ermitteln. Als abschließendes Ranking, um einen Saisonsieger zu küren, ist diese Methode jedoch nicht passend, da der Schwierigkeitsgrad des Spielplans jeder Mannschaft anders ist und eine Feinwertung bei Punktgleichstand zu

⁴⁸ Vgl. Miller (1998) S. 48.

ungerechten Ergebnissen führt. Eine zweite Alternative wäre eine weitere Gruppenphase mit den besten aus der ersten Runde. Dies würde aber zu noch mehr Spielen im Vergleich zu Playoffs führen. Playoffs bleiben also ein notwendiges Mittel um einen Sieger aus mehreren Gruppen zu bestimmen.

Playoffs zum Saisonende bieten aber auch einen marktwirtschaftlichen Vorteil. Jedes Team, das an den Playoffs teilnimmt, hat theoretisch die gleichen Chancen auf den Gesamtsieg, unabhängig davon, auf welchem Tabellenplatz das Team vorher stand. Die Spiele werden für die Mannschaften und Fans wieder attraktiv. Es geht um alles oder nichts!

Die Frage nach dem besten Turnier lässt sich also nicht pauschal beantworten. Ein Turnierveranstalter muss zuerst analysieren, welcher zeitliche Rahmen ihm zur Verfügung steht und wie hoch die maximale Zahl der Spiele ist, die er ausrichten kann. Mit diesem Wissen schlägt man in Abbildung 15 nach, welche behandelten Turniere sich im Bereich um diesen x-Wert befinden und eine hohe Korrelation aufweisen. Die dort angegebenen Turniere sollte man in die engere Auswahl aufnehmen. Die letzte Entscheidung aber basiert immer auf individuellen Restriktionen, Vorgaben oder Präferenzen.

In weiteren Arbeiten kann die Struktur der amerikanischen Ligen näher untersucht werden. Welche genauen Auswirkungen nur wenige Spiele, wie zum Beispiel in der NFL, oder viele Spiele, wie in es der MLB üblich ist, haben. Es wurde auch nicht untersucht, welche Rolle die Verteilung der Spiele auf divisional, non-divisional und inter-conference spielt und auf welche Spielverteilung eine Liga den Fokus setzen sollte. Die Struktur der Ligen wurde im Laufe der Zeit, mit der wachsenden Zahl an Teams, immer wieder angepasst. Mit einer näheren Untersuchung der Spielsysteme könnte hier für die Zukunft ein noch besseres System geschaffen werden.

Auf einen Vergleich mit ähnlichen Ligaformaten mit deutlich mehr oder weniger Teilnehmern wurde aus Grund des Umfangs verzichtet. Es bleibt zu untersuchen, ob die gewonnenen Erkenntnisse auch auf Ligen anderer Größe übertragbar sind.

Turniersysteme mit Punktrichtern, wie im Eiskunstlauf, oder einer Mischung aus Punktrichtern und der Leistung der Sportler, wie im Skispringen, müssen noch untersucht werden. Aber auch Sportarten mit mehreren Kontrahenten zur gleichen Zeit, wie in der Leichtathletik, bleiben in dieser Arbeit außen vor. Hier müssen neue Methoden zur Ermittlung von Siegern und Verlierern entwickelt werden. Die dargestellten Varianten in 3.1 und 3.2 sind für diese Sportarten nicht geeignet.

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Beispielhafte Darstellung des Schweizer Systems mit acht Spielern und vier Runden	10
Tabelle 2: Gewinnwahrscheinlichkeiten bei zehn Teams in %	14
Tabelle 3: Gewinnwahrscheinlichkeiten der Top zehn Fußballnationen in %	16
Tabelle 4: Beispielwerte zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit eines Unentschiedens	17
Tabelle 5: Differenz zwischen Elo- und Linearer Gewinnwahrscheinlichkeiten in %. Höhere Gewinnwahrscheinlichkeiten in der Elo-Matrix sind grün eingefärbt. Niedrigere Wahrscheinlichkeiten sind rot eingefärbt.	24

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Allgemeine Aufteilung in Divisionen und Conferences der amerikanischen Profiligen	4
Abbildung 2: Divisions- und Spielverteilung der NFL	5
Abbildung 3: Divisions- und Spielverteilung der MLB	6
Abbildung 4: Divisions- und Spielverteilung der NBA.....	7
Abbildung 5: Divisions- und Spielverteilung der NHL.....	8
Abbildung 6: Turniersystem der Fußball Weltmeisterschaft	12
Abbildung 7: Auswirkung der Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix auf ρ	23
Abbildung 8: Auswirkung der Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix auf ϕ	23
Abbildung 9: Auswirkung von Unentschieden auf ρ	25
Abbildung 10: Auswirkung von Unentschieden auf ϕ	25
Abbildung 11: ρ in Abhängigkeit gespielter Schweizer Runden.....	27
Abbildung 12: ϕ in Abhängigkeit gespielter Schweizer Runden.....	27
Abbildung 13: ρ in Abhängigkeit gespielter Schweizer Runden bei Turnieren mit mehreren Gruppen und Playoffs	29
Abbildung 14: ϕ in Abhängigkeit gespielter Schweizer Runden bei Turnieren mit mehreren Gruppen und Playoffs	29
Abbildung 15: ρ aller Turnierformate in Abhängigkeit der gespielten Spiele.....	31

Anhang

Anhang A: Lineare Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix

	T00	T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08	T09	T10	T11	T12	T13	T14	T15
Team 00	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31	71,88	73,44
Team 01	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31	71,88
Team 02	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31
Team 03	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75
Team 04	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19
Team 05	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62
Team 06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06
Team 07	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5
Team 08	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94
Team 09	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38
Team 10	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81
Team 11	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25
Team 12	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69
Team 13	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12
Team 14	28,12	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56
Team 15	26,56	28,12	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---
Team 16	25	26,56	28,12	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44
Team 17	23,44	25	26,56	28,12	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88
Team 18	21,88	23,44	25	26,56	28,12	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31
Team 19	20,31	21,88	23,44	25	26,56	28,12	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75
Team 20	18,75	20,31	21,88	23,44	25	26,56	28,12	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19
Team 21	17,19	18,75	20,31	21,88	23,44	25	26,56	28,12	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62
Team 22	15,62	17,19	18,75	20,31	21,88	23,44	25	26,56	28,12	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06
Team 23	14,06	15,62	17,19	18,75	20,31	21,88	23,44	25	26,56	28,12	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5
Team 24	12,5	14,06	15,62	17,19	18,75	20,31	21,88	23,44	25	26,56	28,12	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94
Team 25	10,94	12,5	14,06	15,62	17,19	18,75	20,31	21,88	23,44	25	26,56	28,12	29,69	31,25	32,81	34,38
Team 26	9,38	10,94	12,5	14,06	15,62	17,19	18,75	20,31	21,88	23,44	25	26,56	28,12	29,69	31,25	32,81
Team 27	7,81	9,38	10,94	12,5	14,06	15,62	17,19	18,75	20,31	21,88	23,44	25	26,56	28,12	29,69	31,25
Team 28	6,25	7,81	9,38	10,94	12,5	14,06	15,62	17,19	18,75	20,31	21,88	23,44	25	26,56	28,12	29,69
Team 29	4,69	6,25	7,81	9,38	10,94	12,5	14,06	15,62	17,19	18,75	20,31	21,88	23,44	25	26,56	28,12
Team 30	3,12	4,69	6,25	7,81	9,38	10,94	12,5	14,06	15,62	17,19	18,75	20,31	21,88	23,44	25	26,56
Team 31	1,56	3,12	4,69	6,25	7,81	9,38	10,94	12,5	14,06	15,62	17,19	18,75	20,31	21,88	23,44	25

	T16	T17	T18	T19	T20	T21	T22	T23	T24	T25	T26	T27	T28	T29	T30	T31
Team 00	75	76,56	78,12	79,69	81,25	82,81	84,38	85,94	87,5	89,06	90,62	92,19	93,75	95,31	96,88	98,44
Team 01	73,44	75	76,56	78,12	79,69	81,25	82,81	84,38	85,94	87,5	89,06	90,62	92,19	93,75	95,31	96,88
Team 02	71,88	73,44	75	76,56	78,12	79,69	81,25	82,81	84,38	85,94	87,5	89,06	90,62	92,19	93,75	95,31
Team 03	70,31	71,88	73,44	75	76,56	78,12	79,69	81,25	82,81	84,38	85,94	87,5	89,06	90,62	92,19	93,75
Team 04	68,75	70,31	71,88	73,44	75	76,56	78,12	79,69	81,25	82,81	84,38	85,94	87,5	89,06	90,62	92,19
Team 05	67,19	68,75	70,31	71,88	73,44	75	76,56	78,12	79,69	81,25	82,81	84,38	85,94	87,5	89,06	90,62
Team 06	65,62	67,19	68,75	70,31	71,88	73,44	75	76,56	78,12	79,69	81,25	82,81	84,38	85,94	87,5	89,06
Team 07	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31	71,88	73,44	75	76,56	78,12	79,69	81,25	82,81	84,38	85,94	87,5
Team 08	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31	71,88	73,44	75	76,56	78,12	79,69	81,25	82,81	84,38	85,94
Team 09	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31	71,88	73,44	75	76,56	78,12	79,69	81,25	82,81	84,38
Team 10	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31	71,88	73,44	75	76,56	78,12	79,69	81,25	82,81
Team 11	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31	71,88	73,44	75	76,56	78,12	79,69	81,25
Team 12	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31	71,88	73,44	75	76,56	78,12	79,69
Team 13	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31	71,88	73,44	75	76,56	78,12
Team 14	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31	71,88	73,44	75	76,56
Team 15	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31	71,88	73,44	75
Team 16	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31	71,88	73,44
Team 17	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31	71,88
Team 18	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75	70,31
Team 19	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19	68,75
Team 20	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62	67,19
Team 21	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06	65,62
Team 22	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5	64,06
Team 23	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94	62,5
Team 24	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38	60,94
Team 25	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81	59,38
Team 26	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25	57,81
Team 27	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69	56,25
Team 28	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12	54,69
Team 29	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56	53,12
Team 30	28,12	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---	51,56
Team 31	26,56	28,12	29,69	31,25	32,81	34,38	35,94	37,5	39,06	40,62	42,19	43,75	45,31	46,88	48,44	---

Anhang B: Elo-Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix

	T00	T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08	T09	T10	T11	T12	T13	T14	T15
Team 00	---	54,02	57,15	66,1	68,01	75,76	76,39	76,5	77,21	77,41	78,31	81,27	82,05	84	84,23	84,45
Team 01	45,98	---	53,16	62,4	64,4	72,68	73,36	73,48	74,25	74,47	75,45	78,7	79,55	81,71	81,96	82,22
Team 02	42,85	46,84	---	59,39	61,45	70,1	70,82	70,94	71,76	71,99	73,02	76,5	77,41	79,74	80,02	80,29
Team 03	33,9	37,6	40,61	---	52,16	61,59	62,4	62,54	63,47	63,74	64,93	69	70,1	72,91	73,25	73,59
Team 04	31,99	35,6	38,55	47,84	---	59,52	60,35	60,49	61,45	61,72	62,94	67,12	68,26	71,17	71,53	71,88
Team 05	24,24	27,32	29,9	38,41	40,48	---	50,86	51,01	52,01	52,3	53,59	58,13	59,39	62,67	63,07	63,47
Team 06	23,61	26,64	29,18	37,6	39,65	49,14	---	50,14	51,15	51,44	52,73	57,29	58,55	61,86	62,27	62,67
Team 07	23,5	26,52	29,06	37,46	39,51	48,99	49,86	---	51,01	51,29	52,59	57,15	58,41	61,72	62,13	62,54
Team 08	22,79	25,75	28,24	36,53	38,55	47,99	48,85	48,99	---	50,29	51,58	56,16	57,43	60,77	61,18	61,59
Team 09	22,59	25,53	28,01	36,26	38,28	47,7	48,56	48,71	49,71	---	51,29	55,87	57,15	60,49	60,9	61,31
Team 10	21,69	24,55	26,98	35,07	37,06	46,41	47,27	47,41	48,42	48,71	---	54,59	55,87	59,25	59,66	60,08
Team 11	18,73	21,3	23,5	31	32,88	41,87	42,71	42,85	43,84	44,13	45,41	---	51,29	54,73	55,16	55,59
Team 12	17,95	20,45	22,59	29,9	31,74	40,61	41,45	41,59	42,57	42,85	44,13	48,71	---	53,45	53,88	54,31
Team 13	16	18,29	20,26	27,09	28,83	37,33	38,14	38,28	39,23	39,51	40,75	45,27	46,55	---	50,43	50,86
Team 14	15,77	18,04	19,98	26,75	28,47	36,93	37,73	37,87	38,82	39,1	40,34	44,84	46,12	49,57	---	50,43
Team 15	15,55	17,78	19,71	26,41	28,12	36,53	37,33	37,46	38,41	38,69	39,92	44,41	45,69	49,14	49,57	---
Team 16	15,32	17,53	19,44	26,08	27,78	36,13	36,93	37,06	38,01	38,28	39,51	43,98	45,27	48,71	49,14	49,57
Team 17	14,88	17,04	18,9	25,42	27,09	35,33	36,13	36,26	37,2	37,46	38,69	43,14	44,41	47,84	48,27	48,71
Team 18	14,16	16,24	18,04	24,34	25,97	34,03	34,81	34,94	35,86	36,13	37,33	41,73	42,99	46,41	46,84	47,27
Team 19	13,41	15,4	17,12	23,19	24,77	32,62	33,39	33,51	34,42	34,68	35,86	40,2	41,45	44,84	45,27	45,69
Team 20	12,95	14,88	16,55	22,48	24,03	31,74	32,5	32,62	33,51	33,77	34,94	39,23	40,48	43,84	44,27	44,7
Team 21	11,65	13,41	14,95	20,45	21,89	29,18	29,9	30,02	30,88	31,12	32,24	36,39	37,6	40,89	41,31	41,73
Team 22	11,01	12,69	14,16	19,44	20,83	27,89	28,59	28,71	29,54	29,78	30,88	34,94	36,13	39,37	39,78	40,2
Team 23	9,53	11,01	12,31	17,04	18,29	24,77	25,42	25,53	26,3	26,52	27,55	31,37	32,5	35,6	35,99	36,39
Team 24	9,48	10,95	12,25	16,96	18,21	24,66	25,31	25,42	26,19	26,41	27,43	31,25	32,37	35,46	35,86	36,26
Team 25	9,14	10,57	11,83	16,4	17,61	23,92	24,55	24,66	25,42	25,64	26,64	30,39	31,49	34,55	34,94	35,33
Team 26	8,63	9,98	11,18	15,55	16,71	22,79	23,4	23,5	24,24	24,45	25,42	29,06	30,14	33,13	33,51	33,9
Team 27	8,63	9,98	11,18	15,55	16,71	22,79	23,4	23,5	24,24	24,45	25,42	29,06	30,14	33,13	33,51	33,9
Team 28	7,16	8,31	9,33	13,08	14,09	19,44	19,98	20,08	20,73	20,92	21,79	25,09	26,08	28,83	29,18	29,54
Team 29	7,13	8,27	9,28	13,02	14,02	19,35	19,89	19,98	20,64	20,83	21,69	24,98	25,97	28,71	29,06	29,42
Team 30	4,85	5,65	6,37	9,04	9,78	13,75	14,16	14,23	14,73	14,88	15,55	18,12	18,9	21,11	21,4	21,69
Team 31	4,57	5,32	6	8,54	9,23	13,02	13,41	13,48	13,95	14,09	14,73	17,2	17,95	20,08	20,35	20,64

	T16	T17	T18	T19	T20	T21	T22	T23	T24	T25	T26	T27	T28	T29	T30	T31
Team 00	84,68	85,12	85,84	86,59	87,05	88,35	88,99	90,47	90,52	90,86	91,37	91,37	92,84	92,87	95,15	95,43
Team 01	82,47	82,96	83,76	84,6	85,12	86,59	87,31	88,99	89,05	89,43	90,02	90,02	91,69	91,73	94,35	94,68
Team 02	80,56	81,1	81,96	82,88	83,45	85,05	85,84	87,69	87,75	88,17	88,82	88,82	90,67	90,72	93,63	94
Team 03	73,92	74,58	75,66	76,81	77,52	79,55	80,56	82,96	83,04	83,6	84,45	84,45	86,92	86,98	90,96	91,46
Team 04	72,22	72,91	74,03	75,23	75,97	78,11	79,17	81,71	81,79	82,39	83,29	83,29	85,91	85,98	90,22	90,77
Team 05	63,87	64,67	65,97	67,38	68,26	70,82	72,11	75,23	75,34	76,08	77,21	77,21	80,56	80,65	86,25	86,98
Team 06	63,07	63,87	65,19	66,61	67,5	70,1	71,41	74,58	74,69	75,45	76,6	76,6	80,02	80,11	85,84	86,59
Team 07	62,94	63,74	65,06	66,49	67,38	69,98	71,29	74,47	74,58	75,34	76,5	76,5	79,92	80,02	85,77	86,52
Team 08	61,99	62,8	64,14	65,58	66,49	69,12	70,46	73,7	73,81	74,58	75,76	75,76	79,27	79,36	85,27	86,05
Team 09	61,72	62,54	63,87	65,32	66,23	68,88	70,22	73,48	73,59	74,36	75,55	75,55	79,08	79,17	85,12	85,91
Team 10	60,49	61,31	62,67	64,14	65,06	67,76	69,12	72,45	72,57	73,36	74,58	74,58	78,21	78,31	84,45	85,27
Team 11	56,02	56,86	58,27	59,8	60,77	63,61	65,06	68,63	68,75	69,61	70,94	70,94	74,91	75,02	81,88	82,8
Team 12	54,73	55,59	57,01	58,55	59,52	62,4	63,87	67,5	67,63	68,51	69,86	69,86	73,92	74,03	81,1	82,05
Team 13	51,29	52,16	53,59	55,16	56,16	59,11	60,63	64,4	64,54	65,45	66,87	66,87	71,17	71,29	78,89	79,92
Team 14	50,86	51,73	53,16	54,73	55,73	58,69	60,22	64,01	64,14	65,06	66,49	66,49	70,82	70,94	78,6	79,65
Team 15	50,43	51,29	52,73	54,31	55,3	58,27	59,8	63,61	63,74	64,67	66,1	66,1	70,46	70,58	78,31	79,36
Team 16	---	50,86	52,3	53,88	54,88	57,85	59,39	63,21	63,34	64,27	65,71	65,71	70,1	70,22	78,01	79,08
Team 17	49,14	---	51,44	53,02	54,02	57,01	58,55	62,4	62,54	63,47	64,93	64,93	69,37	69,49	77,41	78,5
Team 18	47,7	48,56	---	51,58	52,59	55,59	57,15	61,04	61,18	62,13	63,61	63,61	68,13	68,26	76,39	77,52
Team 19	46,12	46,98	48,42	---	51,01	54,02	55,59	59,52	59,66	60,63	62,13	62,13	66,74	66,87	75,23	76,39
Team 20	45,12	45,98	47,41	48,99	---	53,02	54,59	58,55	58,69	59,66	61,18	61,18	65,84	65,97	74,47	75,66
Team 21	42,15	42,99	44,41	45,98	46,98	---	51,58	55,59	55,73	56,72	58,27	58,27	63,07	63,21	72,11	73,36
Team 22	40,61	41,45	42,85	44,41	45,41	48,42	---	54,02	54,16	55,16	56,72	56,72	61,59	61,72	70,82	72,11
Team 23	36,79	37,6	38,96	40,48	41,45	44,41	45,98	---	50,14	51,15	52,73	52,73	57,71	57,85	67,38	68,75
Team 24	36,66	37,46	38,82	40,34	41,31	44,27	45,84	49,86	---	51,01	52,59	52,59	57,57	57,71	67,25	68,63
Team 25	35,73	36,53	37,87	39,37	40,34	43,28	44,84	48,85	48,99	---	51,58	51,58	56,58	56,72	66,36	67,76
Team 26	34,29	35,07	36,39	37,87	38,82	41,73	43,28	47,27	47,41	48,42	---	50	55,02	55,16	64,93	66,36
Team 27	34,29	35,07	36,39	37,87	38,82	41,73	43,28	47,27	47,41	48,42	50	---	55,02	55,16	64,93	66,36
Team 28	29,9	30,63	31,87	33,26	34,16	36,93	38,41	42,29	42,43	43,42	44,98	44,98	---	50,14	60,22	61,72
Team 29	29,78	30,51	31,74	33,13	34,03	36,79	38,28	42,15	42,29	43,28	44,84	44,84	49,86	---	60,08	61,59
Team 30	21,99	22,59	23,61	24,77	25,53	27,89	29,18	32,62	32,75	33,64	35,07	35,07	39,78	39,92	---	51,58
Team 31	20,92	21,5	22,48	23,61	24,34	26,64	27,89	31,25	31,37	32,24	33,64	33,64	38,28	38,41	48,42	---

Anhang C: Differenz von Elo-Gewinnwahrscheinlichkeiten und Linearen Gewinnwahrscheinlichkeiten

	T00	T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08	T09	T10	T11	T12	T13	T14	T15
Team 00	---	2,5	4	11,4	11,8	18	17	15,6	14,7	13,4	12,7	14,1	13,3	13,7	12,4	11
Team 01	-2,5	---	1,6	9,3	9,7	16,4	15,6	14,1	13,3	12	11,4	13,1	12,4	13	11,7	10,3
Team 02	-4	-1,6	---	7,8	8,3	15,4	14,6	13,1	12,4	11,1	10,5	12,4	11,8	12,6	11,3	10
Team 03	-11,4	-9,3	-7,8	---	0,6	8,5	7,7	6,3	5,7	4,4	4	6,5	6	7,3	6,1	4,8
Team 04	-11,8	-9,7	-8,3	-0,6	---	8	7,2	5,8	5,2	3,9	3,6	6,2	5,8	7,1	5,9	4,7
Team 05	-18	-16	-15	-8,5	-8	---	-0,7	-2,1	-2,7	-3,9	-4,2	-1,2	-1,6	0,2	-1	-2,2
Team 06	-17	-16	-15	-7,7	-7,2	0,7	---	-1,4	-2	-3,2	-3,5	-0,5	-0,8	0,9	-0,2	-1,4
Team 07	-15,6	-14	-13	-6,3	-5,8	2,1	1,4	---	-0,6	-1,8	-2,1	0,9	0,6	2,3	1,2	0
Team 08	-14,7	-13	-12	-5,7	-5,2	2,7	2	0,6	---	-1,3	-1,5	1,5	1,2	3	1,8	0,6
Team 09	-13,4	-12	-11	-4,4	-3,9	3,9	3,2	1,8	1,3	---	-0,3	2,7	2,5	4,2	3,1	1,9
Team 10	-12,7	-11	-11	-4	-3,6	4,2	3,5	2,1	1,5	0,3	---	3	2,7	4,6	3,4	2,3
Team 11	-14,1	-13	-12	-6,5	-6,2	1,2	0,5	-0,9	-1,5	-2,7	-3	---	-0,3	1,6	0,5	-0,7
Team 12	-13,3	-12	-12	-6	-5,8	1,6	0,8	-0,6	-1,2	-2,5	-2,7	0,3	---	1,9	0,8	-0,4
Team 13	-13,7	-13	-13	-7,3	-7,1	-0,2	-0,9	-2,3	-3	-4,2	-4,6	-1,6	-1,9	---	-1,1	-2,3
Team 14	-12,4	-12	-11	-6,1	-5,9	1	0,2	-1,2	-1,8	-3,1	-3,4	-0,5	-0,8	1,1	---	-1,1
Team 15	-11	-10	-10	-4,8	-4,7	2,2	1,4	0	-0,6	-1,9	-2,3	0,7	0,4	2,3	1,1	---
Team 16	-9,7	-9	-8,7	-3,6	-3,5	3,3	2,6	1,1	0,5	-0,8	-1,1	1,8	1,5	3,4	2,3	1,1
Team 17	-8,6	-8	-7,7	-2,7	-2,6	4,1	3,3	1,9	1,3	0	-0,4	2,5	2,2	4,1	3	1,8
Team 18	-7,7	-7,2	-7	-2,2	-2,2	4,3	3,6	2,1	1,5	0,2	-0,2	2,7	2,4	4,2	3,1	2
Team 19	-6,9	-6,5	-6,3	-1,8	-1,8	4,5	3,7	2,3	1,6	0,3	-0,1	2,7	2,4	4,2	3,1	1,9
Team 20	-5,8	-5,4	-5,3	-1	-1	5,2	4,4	2,9	2,3	1	0,6	3,3	3	4,8	3,6	2,5
Team 21	-5,5	-5,3	-5,4	-1,4	-1,5	4,2	3,3	1,9	1,2	-0,1	-0,6	2	1,7	3,4	2,2	1,1
Team 22	-4,6	-4,5	-4,6	-0,9	-1	4,5	3,6	2,1	1,4	0,1	-0,4	2,1	1,8	3,4	2,3	1,1
Team 23	-4,5	-4,6	-4,9	-1,7	-2	2,9	2	0,5	-0,3	-1,6	-2,1	0,1	-0,3	1,2	0,1	-1,1
Team 24	-3	-3,1	-3,4	-0,2	-0,5	4,3	3,4	2	1,2	-0,2	-0,7	1,6	1,1	2,7	1,5	0,3
Team 25	-1,8	-1,9	-2,2	0,8	0,4	5,2	4,2	2,8	2	0,6	0,1	2,3	1,8	3,3	2,1	1
Team 26	-0,7	-1	-1,3	1,5	1,1	5,6	4,7	3,2	2,4	1	0,4	2,5	2	3,4	2,3	1,1
Team 27	0,8	0,6	0,2	3	2,7	7,2	6,2	4,8	3,9	2,6	2	4,1	3,6	5	3,8	2,7
Team 28	0,9	0,5	0	2,1	1,6	5,4	4,4	2,9	2	0,6	-0,1	1,7	1,1	2,3	1,1	-0,1
Team 29	2,4	2	1,5	3,6	3,1	6,8	5,8	4,4	3,4	2,1	1,4	3,1	2,5	3,7	2,5	1,3
Team 30	1,7	1	0,1	1,2	0,4	2,8	1,7	0,2	-0,9	-2,3	-3,2	-2,2	-3	-2,3	-3,6	-4,9
Team 31	3	2,2	1,3	2,3	1,4	3,6	2,5	1	-0,1	-1,5	-2,5	-1,5	-2,4	-1,8	-3,1	-4,4

	T16	T17	T18	T19	T20	T21	T22	T23	T24	T25	T26	T27	T28	T29	T30	T31
Team 00	9,7	8,6	7,7	6,9	5,8	5,5	4,6	4,5	3	1,8	0,7	-0,8	-0,9	-2,4	-1,7	-3
Team 01	9	8	7,2	6,5	5,4	5,3	4,5	4,6	3,1	1,9	1	-0,6	-0,5	-2	-1	-2,2
Team 02	8,7	7,7	7	6,3	5,3	5,4	4,6	4,9	3,4	2,2	1,3	-0,2	0	-1,5	-0,1	-1,3
Team 03	3,6	2,7	2,2	1,8	1	1,4	0,9	1,7	0,2	-0,8	-1,5	-3	-2,1	-3,6	-1,2	-2,3
Team 04	3,5	2,6	2,2	1,8	1	1,5	1	2	0,5	-0,4	-1,1	-2,7	-1,6	-3,1	-0,4	-1,4
Team 05	-3,3	-4,1	-4,3	-4,5	-5,2	-4,2	-4,5	-2,9	-4,3	-5,2	-5,6	-7,2	-5,4	-6,8	-2,8	-3,6
Team 06	-2,6	-3,3	-3,6	-3,7	-4,4	-3,3	-3,6	-2	-3,4	-4,2	-4,7	-6,2	-4,4	-5,8	-1,7	-2,5
Team 07	-1,1	-1,9	-2,1	-2,3	-2,9	-1,9	-2,1	-0,5	-2	-2,8	-3,2	-4,8	-2,9	-4,4	-0,2	-1
Team 08	-0,5	-1,3	-1,5	-1,6	-2,3	-1,2	-1,4	0,3	-1,2	-2	-2,4	-3,9	-2	-3,4	0,9	0,1
Team 09	0,8	0	-0,2	-0,3	-1	0,1	-0,1	1,6	0,2	-0,6	-1	-2,6	-0,6	-2,1	2,3	1,5
Team 10	1,1	0,4	0,2	0,1	-0,6	0,6	0,4	2,1	0,7	-0,1	-0,4	-2	0,1	-1,4	3,2	2,5
Team 11	-1,8	-2,5	-2,7	-2,7	-3,3	-2	-2,1	-0,1	-1,6	-2,3	-2,5	-4,1	-1,7	-3,1	2,2	1,5
Team 12	-1,5	-2,2	-2,4	-2,4	-3	-1,7	-1,8	0,3	-1,1	-1,8	-2	-3,6	-1,1	-2,5	3	2,4
Team 13	-3,4	-4,1	-4,2	-4,2	-4,8	-3,4	-3,4	-1,2	-2,7	-3,3	-3,4	-5	-2,3	-3,7	2,3	1,8
Team 14	-2,3	-3	-3,1	-3,1	-3,6	-2,2	-2,3	-0,1	-1,5	-2,1	-2,3	-3,8	-1,1	-2,5	3,6	3,1
Team 15	-1,1	-1,8	-2	-1,9	-2,5	-1,1	-1,1	1,1	-0,3	-1	-1,1	-2,7	0,1	-1,3	4,9	4,4
Team 16	---	-0,7	-0,8	-0,8	-1,4	0	0	2,3	0,8	0,2	0,1	-1,5	1,3	-0,1	6,1	5,6
Team 17	0,7	---	-0,1	-0,1	-0,7	0,8	0,7	3	1,6	1	0,9	-0,7	2,2	0,7	7,1	6,6
Team 18	0,8	0,1	---	0	-0,5	0,9	0,9	3,2	1,8	1,2	1,1	-0,5	2,5	1,1	7,6	7,2
Team 19	0,8	0,1	0	---	-0,6	0,9	0,9	3,3	1,9	1,3	1,2	-0,4	2,7	1,2	8	7,6
Team 20	1,4	0,7	0,5	0,6	---	1,5	1,5	3,9	2,4	1,9	1,8	0,2	3,3	1,9	8,8	8,5
Team 21	0	-0,8	-0,9	-0,9	-1,5	---	0	2,5	1	0,5	0,5	-1,1	2,1	0,7	8	7,7
Team 22	0	-0,7	-0,9	-0,9	-1,5	0	---	2,5	1	0,5	0,5	-1,1	2,2	0,8	8,3	8
Team 23	-2,3	-3	-3,2	-3,3	-3,9	-2,5	-2,5	---	-1,4	-2	-2	-3,5	-0,1	-1,5	6,4	6,3
Team 24	-0,8	-1,6	-1,8	-1,9	-2,4	-1	-1	1,4	---	-0,6	-0,5	-2,1	1,3	-0,1	7,9	7,7
Team 25	-0,2	-1	-1,2	-1,3	-1,9	-0,5	-0,5	2	0,6	---	0	-1,5	1,9	0,5	8,5	8,4
Team 26	-0,1	-0,9	-1,1	-1,2	-1,8	-0,5	-0,5	2	0,5	0	---	-1,6	1,9	0,5	8,7	8,5
Team 27	1,5	0,7	0,5	0,4	-0,2	1,1	1,1	3,5	2,1	1,5	1,6	---	3,5	2	10,2	10,1
Team 28	-1,3	-2,2	-2,5	-2,7	-3,3	-2,1	-2,2	0,1	-1,3	-1,9	-1,9	-3,5	---	-1,4	7,1	7
Team 29	0,1	-0,7	-1,1	-1,2	-1,9	-0,7	-0,8	1,5	0,1	-0,5	-0,5	-2	1,4	---	8,5	8,5
Team 30	-6,1	-7,1	-7,6	-8	-8,8	-8	-8,3	-6,4	-7,9	-8,5	-8,7	-10	-7,1	-8,5	---	0
Team 31	-5,6	-6,6	-7,2	-7,6	-8,5	-7,7	-8	-6,3	-7,7	-8,4	-8,5	-10	-7	-8,5	0	---

Anhang D: Messwerte aller Simulationen

Legende:

ID	Eindeutige Identifikationsnummer der Messung
Turnier	Zugrunde liegendes Turnierformat
vs	Verwendete Gewinnwahrscheinlichkeitsmatrix
u	Spiele können in der Gruppenphase unentschieden ausgehen
s	Anzahl der Spiele
r	Schweizer Runden
n	Anzahl der Turnierteilnehmer
g	Anzahl der Gruppen
p	Anzahl der Playoff-Teilnehmer
ρ	Spearman's Rangkorrelationskoeffizient
σ	Spearman's Footrule
ϕ	Spearman's Weighted Footrule

ID	Turnier	vs	u	s	r	n	g	p	ρ	σ	ϕ
1	Playoff	Linear	Nein	31		32		32	0,318	0,250	50,4
2	Gruppe	Linear	Nein	496		32	1		0,878	0,672	17,5
3	WM	Linear	Nein	63		32	8	16	0,471	0,300	46,9
4	WM 4 grp	Linear	Nein	127		32	4	16	0,601	0,396	40,1
5	WM 2 grp	Linear	Nein	255		32	2	16	0,795	0,569	30,1
6	NFL	Linear	Nein	267		32	8	12	0,758	0,540	29,1
7	MLB	Linear	Nein	2439		30	6	10	0,912	0,722	17,3
8	NBA	Linear	Nein	1245		30	6	16	0,841	0,633	24,9
9	NHL	Linear	Nein	1245		30	4	16	0,815	0,600	27,3
10	Schach	Linear	Nein	144	9	32	1		0,676	0,458	33,2
11	Playoff	Elo	Nein	31		32		32	0,335	0,265	45,6
12	Gruppe	Elo	Nein	496		32	1		0,874	0,675	13,1
13	WM	Elo	Nein	63		32	8	16	0,489	0,314	41,4
14	WM 4 grp	Elo	Nein	127		32	4	16	0,61	0,408	35,2
15	WM 2 grp	Elo	Nein	255		32	2	16	0,792	0,572	26,9
16	NFL	Elo	Nein	267		32	8	12	0,755	0,543	24,5
17	MLB	Elo	Nein	2439		30	6	10	0,902	0,708	15,7
18	NBA	Elo	Nein	1245		30	6	16	0,838	0,630	22
19	NHL	Elo	Nein	1245		30	4	16	0,807	0,593	24,7
20	Schach	Elo	Nein	144	9	32	1		0,686	0,476	26,5
21	Gruppe	Elo	Ja	496		32	1		0,925	0,754	9,1
22	WM	Elo	Ja	63		32	8	16	0,57	0,376	36,8
23	WM 4 grp	Elo	Ja	127		32	4	16	0,69	0,473	31,2
24	WM 2 grp	Elo	Ja	255		32	2	16	0,834	0,622	25,1
25	Schach	Elo	Ja	144	9	32	1		0,785	0,575	18,6

ID	Turnier	vs	u	s	r	n	g	p	ρ	σ	ϕ
26	Schach	Elo	Nein	16	1	32			0,265	0,162	65,5
27	Schach	Elo	Nein	32	2	32			0,383	0,241	54
28	Schach	Elo	Nein	48	3	32			0,461	0,294	46,1
29	Schach	Elo	Nein	64	4	32			0,521	0,341	40,3
30	Schach	Elo	Nein	80	5	32			0,568	0,376	36,2
31	Schach	Elo	Nein	96	6	32			0,606	0,408	33,2
32	Schach	Elo	Nein	112	7	32			0,638	0,435	30,5
33	Schach	Elo	Nein	128	8	32			0,664	0,458	28,3
34	Schach	Elo	Nein	144	9	32			0,686	0,476	26,5
35	Schach	Elo	Nein	160	10	32			0,705	0,493	25
36	Schach	Elo	Nein	176	11	32			0,721	0,508	23,6
37	Schach	Elo	Nein	192	12	32			0,735	0,522	22,5
38	Schach	Elo	Nein	208	13	32			0,746	0,534	21,5
39	Schach	Elo	Nein	224	14	32			0,757	0,546	20,6
40	Schach	Elo	Nein	240	15	32			0,767	0,555	19,9
41	Schach	Elo	Nein	256	16	32			0,776	0,566	19,1
42	Schach	Elo	Nein	272	17	32			0,785	0,575	18,4
43	Schach	Elo	Nein	288	18	32			0,799	0,590	17,9
44	Schach	Elo	Nein	304	19	32			0,807	0,599	17,4
45	Schach	Elo	Nein	320	20	32			0,815	0,607	16,8
46	Schach	Elo	Nein	336	21	32			0,823	0,616	16,5
47	Schach	Elo	Nein	352	22	32			0,831	0,625	15,9
48	Schach	Elo	Nein	368	23	32			0,837	0,631	15,5
49	Schach	Elo	Nein	384	24	32			0,843	0,637	15,1
50	Schach	Elo	Nein	400	25	32			0,847	0,643	14,8
51	Schach	Elo	Nein	416	26	32			0,852	0,648	14,5
52	Schach	Elo	Nein	432	27	32			0,855	0,651	14,3
53	Schach	Elo	Nein	448	28	32			0,859	0,657	14
54	Schach	Elo	Nein	464	29	32			0,863	0,663	13,7
55	Schach	Elo	Nein	480	30	32			0,866	0,666	13,6
56	Schach	Elo	Nein	496	31	32			0,868	0,669	13,4

ID	Turnier	vs	u	s	r	n	g	p	ρ	σ	ϕ
57	Schach	Elo	Ja	16	1	32			0,367	0,229	56,1
58	Schach	Elo	Ja	32	2	32			0,501	0,326	42,7
59	Schach	Elo	Ja	48	3	32			0,586	0,391	35
60	Schach	Elo	Ja	64	4	32			0,645	0,440	30
61	Schach	Elo	Ja	80	5	32			0,689	0,479	26,3
62	Schach	Elo	Ja	96	6	32			0,722	0,511	23,6
63	Schach	Elo	Ja	112	7	32			0,748	0,537	21,5
64	Schach	Elo	Ja	128	8	32			0,769	0,558	19,9
65	Schach	Elo	Ja	144	9	32			0,785	0,575	18,6
66	Schach	Elo	Ja	160	10	32			0,798	0,590	17,5
67	Schach	Elo	Ja	176	11	32			0,809	0,602	16,6
68	Schach	Elo	Ja	192	12	32			0,818	0,613	15,9
69	Schach	Elo	Ja	208	13	32			0,824	0,619	15,3
70	Schach	Elo	Ja	224	14	32			0,83	0,628	14,7
71	Schach	Elo	Ja	240	15	32			0,837	0,637	14,2
72	Schach	Elo	Ja	256	16	32			0,843	0,646	13,7
73	Schach	Elo	Ja	272	17	32			0,852	0,657	13,1
74	Schach	Elo	Ja	288	18	32			0,865	0,672	12,4
75	Schach	Elo	Ja	304	19	32			0,875	0,684	11,8
76	Schach	Elo	Ja	320	20	32			0,884	0,695	11,4
77	Schach	Elo	Ja	336	21	32			0,891	0,704	10,9
78	Schach	Elo	Ja	352	22	32			0,898	0,713	10,6
79	Schach	Elo	Ja	368	23	32			0,903	0,721	10,3
80	Schach	Elo	Ja	384	24	32			0,906	0,725	10
81	Schach	Elo	Ja	400	25	32			0,91	0,732	9,83
82	Schach	Elo	Ja	416	26	32			0,914	0,737	9,61
83	Schach	Elo	Ja	432	27	32			0,917	0,741	9,44
84	Schach	Elo	Ja	448	28	32			0,919	0,745	9,27
85	Schach	Elo	Ja	464	29	32			0,922	0,750	9,14
86	Schach	Elo	Ja	480	30	32			0,924	0,753	9
87	Schach	Elo	Ja	496	31	32			0,926	0,756	8,89

ID	Turnier	vs	u	s	r	n	g	p	ρ	σ	ϕ
88	Schach	Elo	Ja	31	1	32	1	16	0,393	0,250	48,6
89	Schach	Elo	Ja	47	2	32	1	16	0,503	0,326	41,4
90	Schach	Elo	Ja	63	3	32	1	16	0,575	0,382	36,7
91	Schach	Elo	Ja	79	4	32	1	16	0,625	0,423	33,8
92	Schach	Elo	Ja	95	5	32	1	16	0,663	0,455	31,6
93	Schach	Elo	Ja	111	6	32	1	16	0,691	0,479	30,2
94	Schach	Elo	Ja	127	7	32	1	16	0,713	0,499	29,1
95	Schach	Elo	Ja	143	8	32	1	16	0,731	0,517	28,1
96	Schach	Elo	Ja	159	9	32	1	16	0,745	0,528	27,4
97	Schach	Elo	Ja	175	10	32	1	16	0,757	0,540	26,8
98	Schach	Elo	Ja	191	11	32	1	16	0,766	0,552	26,4
99	Schach	Elo	Ja	207	12	32	1	16	0,773	0,558	26,1
100	Schach	Elo	Ja	223	13	32	1	16	0,777	0,563	25,8
101	Schach	Elo	Ja	239	14	32	1	16	0,781	0,566	25,7
102	Schach	Elo	Ja	255	15	32	1	16	0,785	0,572	25,4
103	Schach	Elo	Ja	271	16	32	1	16	0,789	0,578	25,3
104	Schach	Elo	Ja	287	17	32	1	16	0,798	0,587	24,8
105	Schach	Elo	Ja	303	18	32	1	16	0,808	0,596	24,1
106	Schach	Elo	Ja	319	19	32	1	16	0,821	0,610	23,3
107	Schach	Elo	Ja	335	20	32	1	16	0,829	0,619	23,4
108	Schach	Elo	Ja	351	21	32	1	16	0,838	0,631	22,8
109	Schach	Elo	Ja	367	22	32	1	16	0,845	0,637	22,7
110	Schach	Elo	Ja	383	23	32	1	16	0,851	0,646	22,2
111	Schach	Elo	Ja	399	24	32	1	16	0,855	0,648	22
112	Schach	Elo	Ja	415	25	32	1	16	0,858	0,654	21,7
113	Schach	Elo	Ja	431	26	32	1	16	0,86	0,657	21,9
114	Schach	Elo	Ja	447	27	32	1	16	0,862	0,660	21,8
115	Schach	Elo	Ja	463	28	32	1	16	0,865	0,663	21,7
116	Schach	Elo	Ja	479	29	32	1	16	0,869	0,669	21,2
117	Schach	Elo	Ja	495	30	32	1	16	0,871	0,669	21,3
118	Schach	Elo	Ja	511	31	32	1	16	0,871	0,672	21,2

ID	Turnier	vs	u	s	r	n	g	p	ρ		ϕ
119	Schach	Elo	Ja	31	1	32	2	16	0,508	0,329	41,6
120	Schach	Elo	Ja	47	2	32	2	16	0,576	0,382	37,4
121	Schach	Elo	Ja	63	3	32	2	16	0,622	0,417	34,9
122	Schach	Elo	Ja	79	4	32	2	16	0,656	0,446	33,1
123	Schach	Elo	Ja	95	5	32	2	16	0,679	0,467	32
124	Schach	Elo	Ja	111	6	32	2	16	0,697	0,481	31,2
125	Schach	Elo	Ja	127	7	32	2	16	0,711	0,496	30,6
126	Schach	Elo	Ja	143	8	32	2	16	0,727	0,511	29,8
127	Schach	Elo	Ja	159	9	32	2	16	0,741	0,525	29,1
128	Schach	Elo	Ja	175	10	32	2	16	0,755	0,537	28,5
129	Schach	Elo	Ja	191	11	32	2	16	0,766	0,546	28
130	Schach	Elo	Ja	207	12	32	2	16	0,775	0,555	27,6
131	Schach	Elo	Ja	223	13	32	2	16	0,781	0,561	27,3
132	Schach	Elo	Ja	239	14	32	2	16	0,786	0,566	27,1
133	Schach	Elo	Ja	255	15	32	2	16	0,786	0,566	27,1

ID	Turnier	vs	u	s	r	n	g	p	ρ	σ	ϕ
134	Schach	Elo	Ja	31	1	32	4	16	0,399	0,250	48
135	Schach	Elo	Ja	47	2	32	4	16	0,506	0,329	41,1
136	Schach	Elo	Ja	63	3	32	4	16	0,571	0,376	37,3
137	Schach	Elo	Ja	79	4	32	4	16	0,612	0,408	35,1
138	Schach	Elo	Ja	95	5	32	4	16	0,645	0,438	33,4
139	Schach	Elo	Ja	111	6	32	4	16	0,667	0,455	32,2
140	Schach	Elo	Ja	127	7	32	4	16	0,685	0,470	31,4

ID	Turnier	vs	u	s	r	n	g	p	ρ	σ	ϕ
141	Schach	Elo	Nein	31	1	32	1	16	0,344	0,218	50,6
142	Schach	Elo	Nein	47	2	32	1	16	0,399	0,253	48,7
143	Schach	Elo	Nein	63	3	32	1	16	0,488	0,317	41,6
144	Schach	Elo	Nein	79	4	32	1	16	0,516	0,338	40,7
145	Schach	Elo	Nein	95	5	32	1	16	0,569	0,379	36,8
146	Schach	Elo	Nein	111	6	32	1	16	0,59	0,394	35,9
147	Schach	Elo	Nein	127	7	32	1	16	0,624	0,420	33,7
148	Schach	Elo	Nein	143	8	32	1	16	0,64	0,435	33
149	Schach	Elo	Nein	159	9	32	1	16	0,663	0,455	31,6
150	Schach	Elo	Nein	175	10	32	1	16	0,675	0,464	31
151	Schach	Elo	Nein	191	11	32	1	16	0,692	0,479	30,1
152	Schach	Elo	Nein	207	12	32	1	16	0,7	0,487	29,7
153	Schach	Elo	Nein	223	13	32	1	16	0,712	0,499	29
154	Schach	Elo	Nein	239	14	32	1	16	0,719	0,505	28,7
155	Schach	Elo	Nein	255	15	32	1	16	0,727	0,514	28,3
156	Schach	Elo	Nein	271	16	32	1	16	0,732	0,517	28,1
157	Schach	Elo	Nein	287	17	32	1	16	0,742	0,525	27,4
158	Schach	Elo	Nein	303	18	32	1	16	0,748	0,531	27,3
159	Schach	Elo	Nein	319	19	32	1	16	0,761	0,543	26,6
160	Schach	Elo	Nein	335	20	32	1	16	0,767	0,552	26,5
161	Schach	Elo	Nein	351	21	32	1	16	0,776	0,561	25,9
162	Schach	Elo	Nein	367	22	32	1	16	0,785	0,569	25,3
163	Schach	Elo	Nein	383	23	32	1	16	0,788	0,572	25,3
164	Schach	Elo	Nein	399	24	32	1	16	0,795	0,578	25
165	Schach	Elo	Nein	415	25	32	1	16	0,8	0,584	24,8
166	Schach	Elo	Nein	431	26	32	1	16	0,803	0,587	24,8
167	Schach	Elo	Nein	447	27	32	1	16	0,809	0,593	24,3
168	Schach	Elo	Nein	463	28	32	1	16	0,813	0,599	24,1
169	Schach	Elo	Nein	479	29	32	1	16	0,817	0,602	23,7
170	Schach	Elo	Nein	495	30	32	1	16	0,819	0,604	23,8
171	Schach	Elo	Nein	511	31	32	1	16	0,821	0,604	23,7

ID	Turnier	vs	u	s	r	n	g	p	ρ	σ	ϕ
172	Schach	Elo	Nein	31	1	32	2	16	0,41	0,259	48,8
173	Schach	Elo	Nein	47	2	32	2	16	0,498	0,320	41,6
174	Schach	Elo	Nein	63	3	32	2	16	0,523	0,341	40,9
175	Schach	Elo	Nein	79	4	32	2	16	0,57	0,376	37,6
176	Schach	Elo	Nein	95	5	32	2	16	0,59	0,394	36,7
177	Schach	Elo	Nein	111	6	32	2	16	0,618	0,414	35
178	Schach	Elo	Nein	127	7	32	2	16	0,631	0,426	34,5
179	Schach	Elo	Nein	143	8	32	2	16	0,65	0,440	33,5
180	Schach	Elo	Nein	159	9	32	2	16	0,665	0,452	32,7
181	Schach	Elo	Nein	175	10	32	2	16	0,678	0,464	32
182	Schach	Elo	Nein	191	11	32	2	16	0,69	0,476	31,4
183	Schach	Elo	Nein	207	12	32	2	16	0,702	0,484	30,9
184	Schach	Elo	Nein	223	13	32	2	16	0,709	0,493	30,5
185	Schach	Elo	Nein	239	14	32	2	16	0,717	0,499	30,1
186	Schach	Elo	Nein	255	15	32	2	16	0,716	0,499	30,1

ID	Turnier	vs	u	s	r	n	g	p	ρ	σ	ϕ
187	Schach	Elo	Nein	31	1	32	4	16	0,362	0,227	49,4
188	Schach	Elo	Nein	47	2	32	4	16	0,412	0,259	47,9
189	Schach	Elo	Nein	63	3	32	4	16	0,497	0,320	41,3
190	Schach	Elo	Nein	79	4	32	4	16	0,518	0,338	40,7
191	Schach	Elo	Nein	95	5	32	4	16	0,556	0,364	38,1
192	Schach	Elo	Nein	111	6	32	4	16	0,58	0,385	36,8
193	Schach	Elo	Nein	127	7	32	4	16	0,602	0,402	35,4

Literatur & Quellenverzeichnis

1. Eloratings (2014): Wertungszahlen. Abruf von <http://www.eloratings.net/world.html> [20.01.2014].
2. ESPN.GO (2014): Schedule. Abruf von <http://espn.go.com/nba/schedule> [16.02.2014].
3. FIDE (1987): Regulation for Swiss System Tournaments. Abruf von <http://www.fide.com/fide/handbook.html?id=84&view=article> [17.02.2014].
4. FIFA (2011): Regelwerk. Abruf von <http://de.fifa.com/mm/document/tournament/competition/01/47/38/17/regulationsfwcbrasil2014-de.pdf> [15.01.2014].
5. FIFA (2010): Regulations on cautions and expulsions. Abruf von <http://de.fifa.com/worldcup/archive/southafrica2010/news/newsid=1250154/index.html#regelungen+verwarnungen+platzverweisen> [15.01.2014].
6. Frick, Bernd und Prinz, Joachim (2005): Spielerallokation und Spielerentlohnung im professionellen Team-Sport, SPORT und BUCH Strauß GmbH, 1. Aufl.
7. Hartung, Joachim (2009): Statistik - Lehr und Handbuch der angewandten Statistik, Oldenbourg, München, 15. Aufl.
8. Kendall, Maurice und Gibbons, J. Dickson (1990): Rank correlation methods, Arnold, London, 5. Aufl.
9. Kränzle, Peter und Brinke, Margit (2003a): Basketball verständlich gemacht, Copress Sport, München.
10. Kränzle, Peter und Brinke, Margit (2003b): Eishockey verständlich gemacht, Copress Sport, München, 3. Aufl.
11. Krämer, Manfred (2013): Der neue Turniermodus "Zwei-Chancen-System", Books on Demand GmbH, Norderstedt, 4. Aufl.
12. Langville, Amy und Meyer, Carl (2012): Who's #1, Princeton University Press, Princeton.
13. LSVMV-Archiv (2014): Deutsche Schachmeisterschaft. Abruf von <http://www.lsvm-archiv.de/programme-php/zeigeTurnier.php?section=dem-maenner> [16.03.2014].
14. Miller, Martin (1998): Baseball - eine anspruchsvolle Sportart auf dem Weg nach oben, Meyer & Meyer, Aachen.
15. MLB (2014a): Structure. Abruf von <http://mlb.mlb.com/mlb/standings/index.jsp?tcid=mm-mlb-standings#20130930> [16.02.2014].
16. MLB (2014b): Schedule. Abruf von <http://mlb.mlb.com/mlb/schedule/index.jsp?tcid=mm-mlb-schedule#date=10/14/2013> [16.02.2014].
17. NBA (2014a): Teams. Abruf von <http://www.nba.com/teams/> [16.02.2014].
18. NBA (2014b): The NBA Settles North of the Border. Abruf von <http://www.nba.com/grizzlies/history/history-north.html> [16.02.2014].
19. NFL (2014a): NFL Week Abruf von <http://www.nfl.com/schedules/2013/REG1> bis .../REG17 [16.03.2014].
20. NFL (2014b): Post season Abruf von <http://www.nfl.com/schedules/2013/POST> [16.03.2014].

-
21. NHL (2014): Schedule Abruf von <http://www.nhl.com/ice/schedulebyseason.htm> [17.02.2014].
 22. Rohn, Dominik und Weihe, Karsten (2013): Sind Rankings inhärent willkürlich?, in: *Forschung & Lehre*, Nr. 9/2013, S. 740-741.
 23. Rosen, Dan (2013): NHL introduces new division names with schedule. Abruf von <http://www.nhl.com/ice/news.htm?id=678456> [15.01.2014].
 24. Schachbund (2012): Turnierordnung. Abruf von <http://www.schachbund.de/turnierordnung.html?file=files/dsb/ordnung/turnierordnung/turnierordnung-20120520a1.pdf> [15.01.2014].
 25. Schachbund (2013): DEM Ausschreibung. Abruf von <http://www.schachbund.de/files/dsb/spielbetrieb/2013/dem/DEMAusschr2013.pdf> [16.02.2014].
 26. Schulze-Marmeling, Dietrich und Dahlkamp, Hubert (2004): *Die Geschichte der Fußball Weltmeisterschaft 1930-2006.*, Die Werkstatt GmbH, Göttingen.
 27. UEFA (2007): Reglement der UEFA-Fussball-Europameisterschaft 2010-12. Abruf von <http://de.uefa.com/MultimediaFiles/Download/Regulations/competitions/Regulations/01/49/45/08/1494508-DOWNLOAD.pdf> [15.01.2014].
 28. Wikipedia (2014a): NFL, Abruf von <http://en.wikipedia.org/wiki/Nfl> [23.02.2014].
 29. Wikipedia (2014b): Major League Baseball, Abruf von <http://en.wikipedia.org/wiki/Major-League-Baseball> [23.02.2014].
 30. Wikipedia (2014c): History of the National Hockey League, Abruf von <http://en.wikipedia.org/wiki/History-of-the-National-Hockey-League> [23.02.2014].
 31. Wikipedia (2014d): Liste der Deutschen Meisterschaften im Schach, Abruf von <http://de.wikipedia.org/wiki/Liste-der-Deutschen-Meisterschaften-im-Schach#Deutsche-Meisterschaften> [23.02.2014].