

# The Markov Method

Sören Schmidt

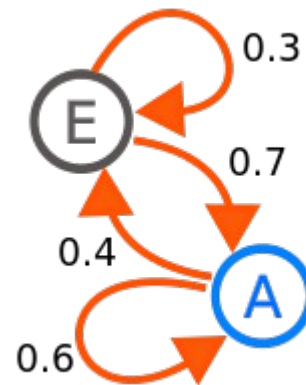


TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Einleitung
- Einfache Methode (Sieg/Niederlage)
- Voting mit Punktdifferenzen
- Voting mit Punkten
- Kombination verschiedener Rankings
- Handhabung von unbesiegten Teams
- Vergleich mit anderen Rankingmethoden
- Anwendungen

# Einleitung

- Benannt nach Andrey Andreyevich Markov
- 1906 Erfindung der Markov Kette, sie beschreibt stochastische Prozesse
- Vielfältige Anwendungsmöglichkeiten, unter anderem PageRank



# Einfache Markov Methode

- Ein Wort Beschreibung: „Voting“
- In einem Match stimmen die Verlierer für die Gewinner
- In einer Liga das Team mit den meisten Stimmen hat den höchste Ranking
- Adaption von PageRank

# Einfache Markov Methode

## Votingmatrix V:

V	Duke	Miami	UNC	UVA	VT
Duke	0	1	1	1	1
Miami	0	0	0	0	0
UNC	0	1	0	0	1
UVA	0	1	1	0	1
VT	0	1	0	0	0

# Einfache Markov Methode

## Normalisierte Votingmatrix N:

N	Duke	Miami	UNC	UVA	VT
Duke	0	1/4	1/4	1/4	1/4
Miami	0	0	0	0	0
UNC	0	1/2	0	0	1/2
UVA	0	1/3	1/3	0	1/3
VT	0	1	0	0	0

# Einfache Markov Methode

## Stochastische Normalisierte Votingmatrix S:

S	Duke	Miami	UNC	UVA	VT
Duke	0	1/4	1/4	1/4	1/4
Miami	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
UNC	0	1/2	0	0	1/2
UVA	0	1/3	1/3	0	1/3
VT	0	1	0	0	0

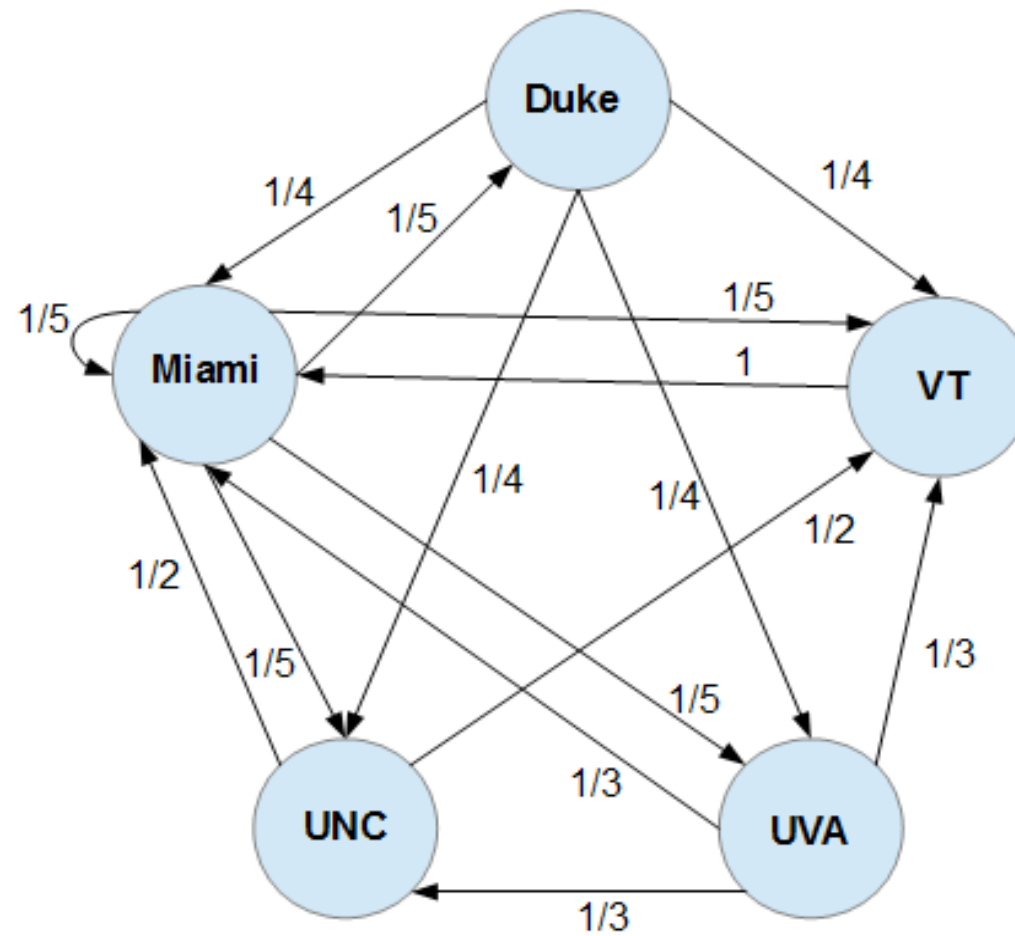
# Einfache Markov Methode

- Ratingvektor  $r$ : Dominante Eigenvektor der Matrix  $S$
- $S^*r = r$
- Entspricht einem unendlichen „Random Walk“ auf dem Graphen der Matrix, wobei  $r$  die normalisierte Anzahl der Besuche bei jedem Team darstellt



# Einfache Markov Methode

Graph der Matrix S:



# Einfache Markov Methode

Ranking für Sieg/Niederlage Voting:

Team	r S/N	Rank
Duke	0.087	5.
Miami	0.438	1.
UNC	0.146	3.
UVA	0.110	4.
VT	0.219	2.

# Voting mit Punktdifferenzen

Statt einer Stimme stimmt der Verlierer mit der Punktdifferenz für den Gewinner

V	Duke	Miami	UNC	UVA	VT
Duke	0	45	3	31	45
Miami	0	0	0	0	0
UNC	0	18	0	0	27
UVA	0	8	2	0	38
VT	0	20	0	0	0

# Voting mit Punktdifferenzen

## Stochastische Normalisierte Votingmatrix mit Punktdifferenzen S:

S	Duke	Miami	UNC	UVA	VT
Duke	0	45/124	3/124	31/124	45/124
Miami	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
UNC	0	18/45	0	0	27/45
UVA	0	8/48	2/48	0	38/48
VT	0	1	0	0	0

# Voting mit Punktdifferenzen

## Ranking für Punktdifferenzen Voting:

Team	r PD	Rank
Duke	0.088	5.
Miami	0.442	1.
UNC	0.095	4.
UVA	0.110	3.
VT	0.265	2.

Team	r S/N	Rank
Duke	0.087	5.
Miami	0.438	1.
UNC	0.146	3.
UVA	0.110	4.
VT	0.219	2.

# Voting mit Punkten

Beide Teams stimmen für das andere Team mit den Punkten, die gegen sie erzielt wurden.

V	Duke	Miami	UNC	UVA	VT
Duke	0	52	24	38	45
Miami	7	0	16	17	7
UNC	21	34	0	5	30
UVA	7	25	7	0	52
VT	0	27	3	14	0

# Voting mit Punkten

## Stochastische Normalisierte Votingmatrix mit Punkten S:

S	Duke	Miami	UNC	UVA	VT
Duke	0	52/159	24/159	38/159	45/159
Miami	7/47	0	16/47	17/47	7/47
UNC	21/90	34/90	0	5/90	30/90
UVA	7/91	25/91	7/91	0	52/91
VT	0	27/44	3/44	14/44	0

# Voting mit Punkten

## Ranking für Punkte Voting:

Team	r P	Rank
Duke	0.095	5.
Miami	0.296	1.
UNC	0.149	4.
UVA	0.216	3.
VT	0.244	2.

Team	r S/N	Rank
Duke	0.087	5.
Miami	0.438	1.
UNC	0.146	3.
UVA	0.110	4.
VT	0.219	2.

Statt Punkten sind auch andere Statistiken möglich, z.B. Torchancen, Zweikämpfe, Ballbesitz und Heimvorteil

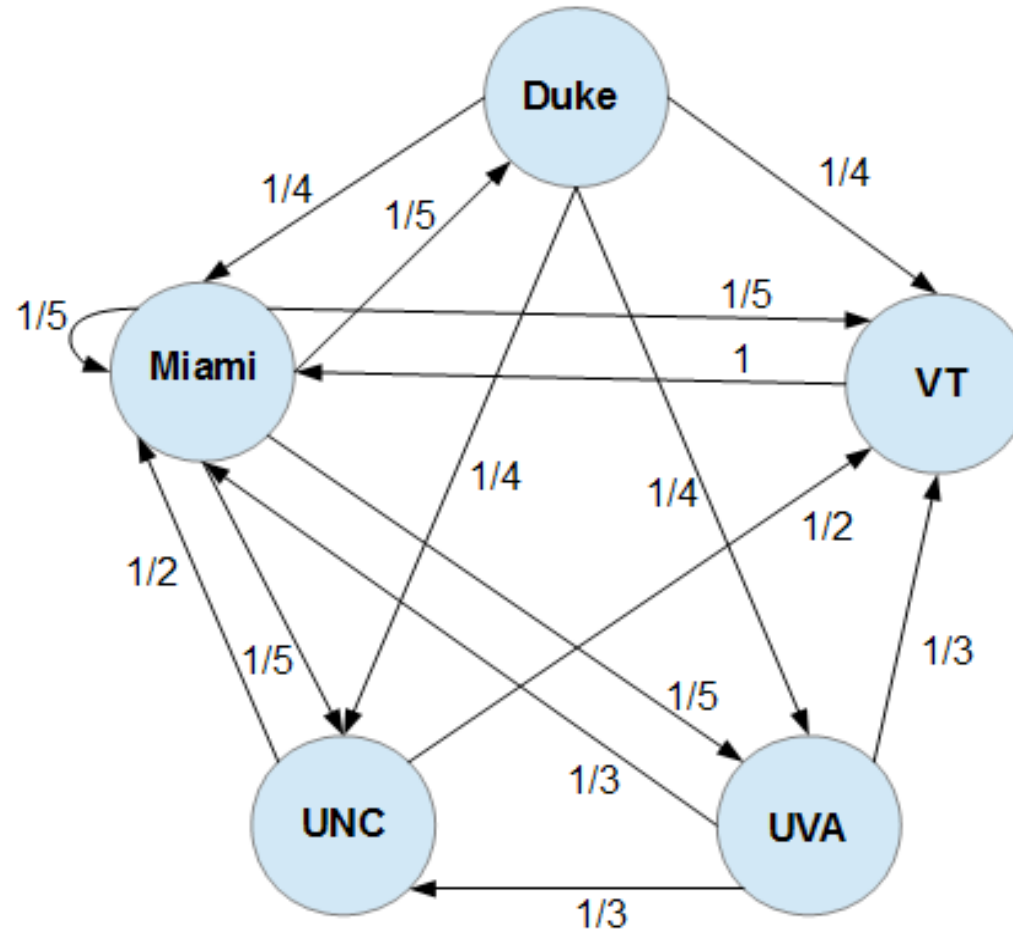


- Verschiedene Rankings können zu einem Gesamtranking zusammen gefasst werden
- $S = \alpha_1 S_{tc} + \alpha_2 S_{zk} + \alpha_3 S_{bb} + \alpha_4 S_{hv}$
- Wobei  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \geq 0$  und  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 1$
- Die  $\alpha$  müssen dabei entsprechend der Relevanz der einzelnen Statistiken gewählt werden

- Ersetze alle 0-Zeilen mit  $1/n$
- Unbesiegte Teams stimmen nur für sich selbst
  - Problem: Markov Kette wird reduzierbar
  - Addiere Teleportations Matrix  $E$  (nur Einsen)
  - $S_{\text{new}} = \beta * S + (1 - \beta) / n * E \quad (0 \leq \beta \leq 1)$
  - Webdata  $\beta = 0.85$ , NFL  $\beta = 0.6$ , Basketball  $\beta = 0.5$
- „Bounceback Vote“ Unbesiegte Teams schicken den „fair weather fan“ zurück zu dem Team von dem er kam

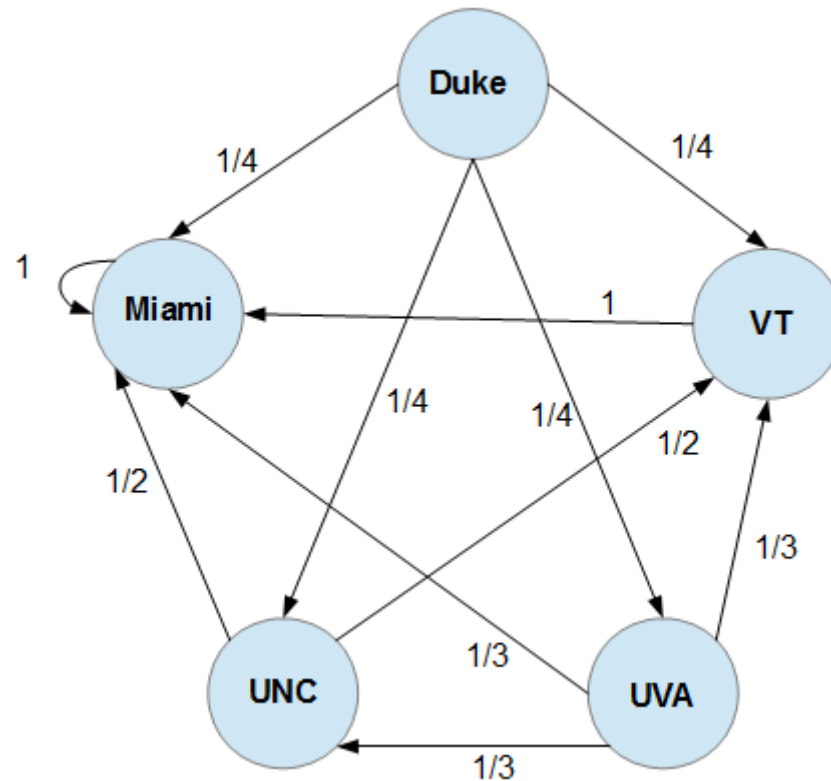
# Handhabung von unbesiegten Teams

Unbesiegte Teams stimmen mit  $1/n$  für alle Teams



# Handhabung von unbesiegten Teams

Unbesiegte Teams stimmen mit 1 für sich selbst



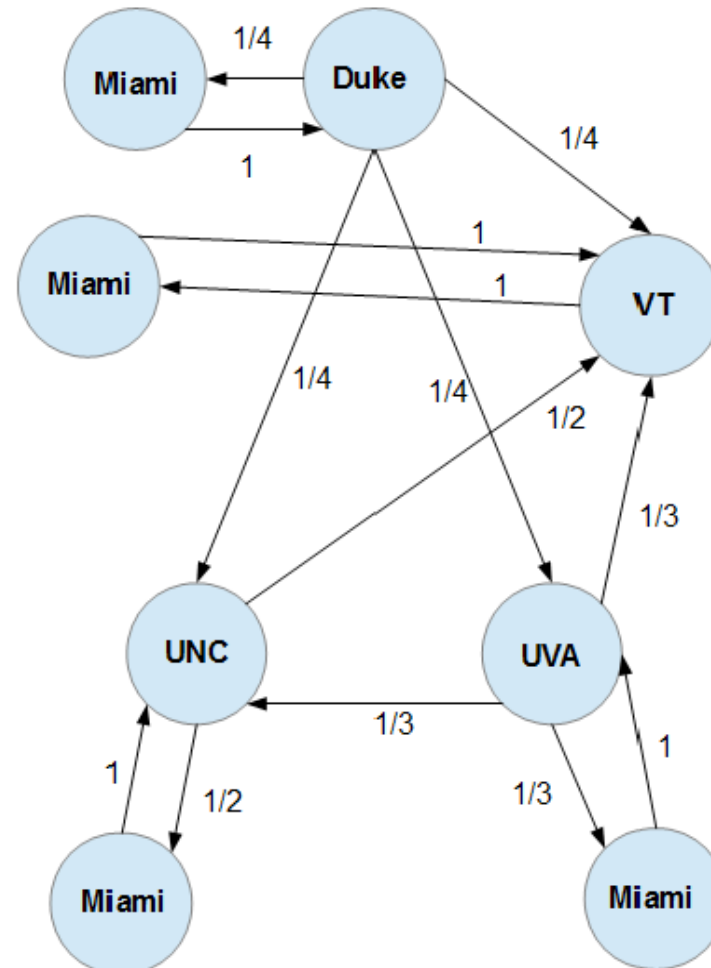
# Handhabung von unbesiegten Teams

Votingmatrix  $S_{\text{new}}$  mit  $\beta = 0.5$ :

N	Duke	Miami	UNC	UVA	VT
Duke	1/10	18/80	18/80	18/80	18/80
Miami	1/10	12/20	1/10	1/10	1/10
UNC	1/10	14/40	1/10	1/10	14/40
UVA	1/10	16/60	16/60	1/10	16/60
VT	1/10	12/20	1/10	1/10	1/10

# Handhabung von unbesieigten Teams

## „Bounceback Vote“



- Massey's Methode ist vergleichbar mit Markov mit Punktdifferenzen
- Beide Methoden suchen Gewichte für die Knoten (Teams)
- „Random Walk“ vs. „Form Fitting“
- Ähnlich zu Keeners Ranking, wenn  $\lambda = 1$  und Teleportationsmatrix zu  $S$  addiert wird

- Getestet für College Football und NFL
- Bei Vorhersage für NFL 2004-2006 Seasons  
70%, 76% und 62 % Genauigkeit