



# MAINTAINING STREAM STATISTICS OVER SLIDING WINDOWS

Von Mayur Datar, Aristides Gionis,  
Piotr Indyk, Rajeev Motwani

Seminar aus maschinellem Lernen  
Vorgetragen von Matthias  
Beckerle

---

# Gliederung des Vortrags

- Einführung
  - Herausforderung
  - Ansatz der Autoren
    - „sliding window“
    - Ableitung von Problemen
- „simple counting problem“
  - **Exponential Histogram**
  - Algorithmus
  - Komplexitäten
- Erweiterungen und Ableitungen
  - „sum problem“
  - Timestamps
- Zusammenfassung
- Fragen / Diskussion



# Einführung: Ein Vergleich

## **Datenbank:**

- Große Teile der Daten werden immer wieder abgefragt
- Updates klein oder relativ unregelmäßig

## **Data stream:**

- Wenn es unnötig ist, auf großen Datenmengen zu operieren
- Daten ändern sich oft

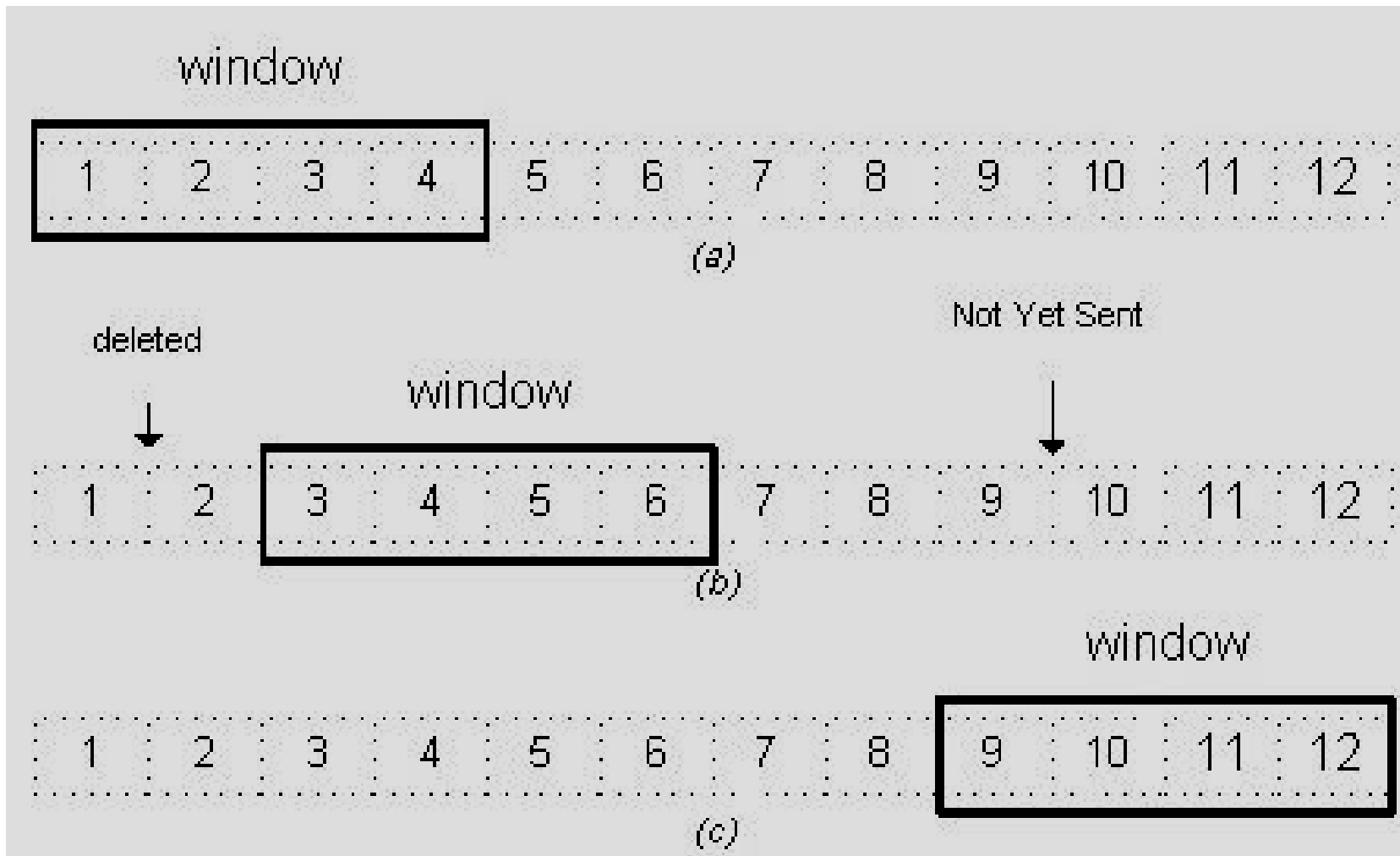
# Herausforderung bei Data-Stream

- Ohne den Data-Stream komplett zu speichern wichtige Informationen beizubehalten, um sie später abfragen zu können
  - Techniken notwendig, die eine Art Zusammenfassung des Streams speichern
- Tradeoff: Größe der gespeicherten Daten  
← → Genauigkeit der Daten

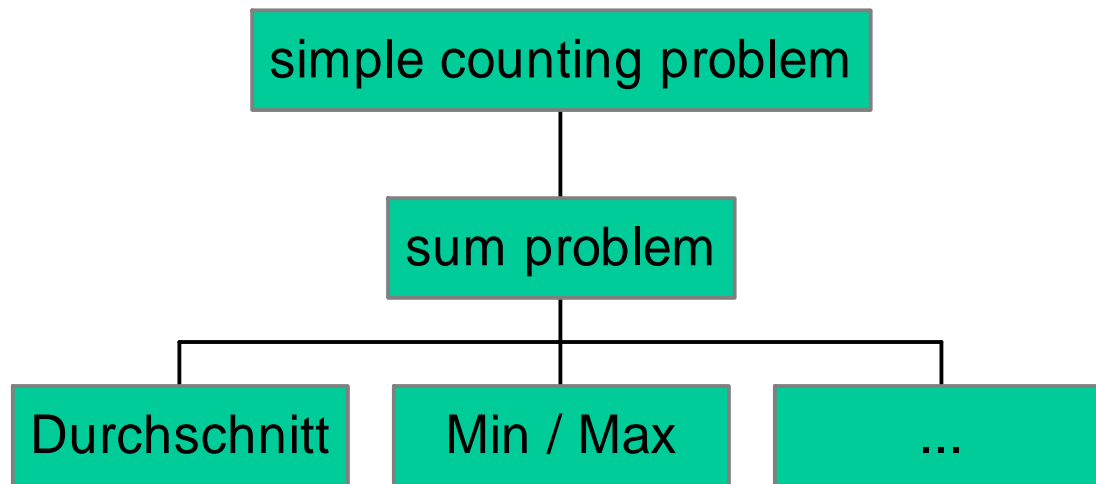
# Ansatz der Autoren

- Es wird also nur ein Ausschnitt, das „sliding window“ betrachtet
  - Es gibt nur **N** viele aktuelle Elemente (z.B. die letzten 100 Datensätze)
- Lösen von „einfachen“ Problemen, um Bausteine für komplexere Probleme zu bekommen

# Sliding Window



# Ableitungsbaum von Problemen



# „simple counting problem“

Wieviele 1en waren in den letzten N Bits  
eines binären Datenstroms?

Bsp:  $N = 10$

10101010011001010101

Lösung: 5



# „simple counting problem“

(Fortsetzung)

- Mit  $O(N)$  Speicherplatz kein Problem
- Erinnerung an letzten Vortrag: Ziel ist es, Lösungen mit  $O(\text{poly}(\log N))$  Speicherbedarf zu finden

*Geht so was?*

# „simple counting problem“

(Fortsetzung)

- Es wird gezeigt, dass nur  $O((1/e)\log^2 N)$  Speicher gebraucht wird
- Aber: Verlust der Accuracy
- Bei gleichem Fehler gilt:  
 $\Omega > (k \log^2 (N/k))$

# „simple counting problem“

(Fortsetzung)

**$2 * \log^2 N$ : (e hier 0,5  $\rightarrow$  k = 2)**

$$N = 10: \quad 32$$

$$N = 1000: \quad 200$$

$$N = 10^6: \quad 800$$

$$N = 10^{21}: \quad 9800$$

# „simple counting problem“

(Fortsetzung)

- Zuweisung von Werten an jedes Datenelement im „sliding window“:

<b>Timestamps:</b>	5	4	...	1		
<b>Arrival time:</b>	40	41	...	44	45	...
<b>Elemente:</b>	1	0	...	1	1	...

„sliding window“ der  
aktiven Elemente

Zukunft

# Kernwerkzeug: “Exponential Histogram”

- „Alte“ Informationen werden weniger genau gespeichert als „neue“
  - Wenn Informationen „älter“ werden, werden sie zusammengefasst
- speicherschonend (optimal)

# „simple counting problem“

(Fortsetzung)

## Algorithmus:

1. Wenn neues Datenelement eintrifft  
→ Errechne die neue „expire time“  
Wenn Timestamp des letzten Buckets abgelaufen ist  
→ Lösche das Bucket und update den Counter „Last“ auf die Größe des letzten Buckets und den Counter „Total“ auf die totale Größe der Buckets
2. Wenn neues Datenlement 0 ist → Ignoriere es  
Sonst → Neues Bucket mit Größe 1 erstellen und „Total“ inkrementieren
3. Traversiere die Buckets in der Reihenfolge zunehmender Größe:  
Wenn  $k/2 + 2$  (in unserem Fall = 3) Buckets gleicher Größe existieren  
→ Verschmelze die 2 ältesten Buckets zu einem Bucket doppelter Größe

(siehe auch ausgeteiltes Blatt)

# „simple counting problem“

(Fortsetzung)

1: 32, 32, 16, 8, 8, 4, 2, 1	← 1	—	Benötigt <b>keine</b> <b>Rechenzeit</b>
2: 32, 32, 16, 8, 8, 4, 4, 2, 1, 1	← 1		
3: 32, 32, 16, 8, 8, 4, 4, 2, 1, 1, 1	← 1		
4: → 32, 32, 16, 8, 8, 4, 4, 2, 2, 1	(merged the older 1,s)	—	Benötigt <b>O(1)</b>
5: 32, 32, 16, 8, 8, 4, 4, 2, 2, 1, 1	← 1		
6: 32, 32, 16, 8, 8, 4, 4, 2, 2, 1, 1, 1	← 1		
7: → 32, 32, 16, 8, 8, 4, 4, 2, 2, 2, 1	(merged the older 1,s)	—	Benötigt Max. <b>O(log N)</b>
8: → 32, 32, 16, 8, 8, 4, 4, 4, 2, 1	(merged the older 2,s)	—	
9: → 32, 32, 16, 8, 8, 8, 4, 2, 1	(merged the older 4,s)	—	
10: → 32, 32, 16, 16, 8, 4, 2, 1	(merged the older 8,s)	—	

## Rechenschritte:

→ Pro Datenelement im Schnitt **O(1)**; **O(log N)** im worst case

# „simple counting problem“

(Fortsetzung)

**Anzahl der Buckets:**

$$2 * (\log(N+1) + 1)$$

N = 1 :	4 Buckets
N = 5 :	8 Buckets
N = 10 :	10 Buckets
N = 100 :	16 Buckets
N = 1000 :	22 Buckets
N = 10 <sup>6</sup> :	42 Buckets
N = 10 <sup>21</sup> :	142 Buckets

**Speicher pro Bucket:**

$$\log N + \log \log N$$

Timestamp / Größe des Buckets

Gesamt:

Anz. Buckets \* Speicher pro Bucket:

$$O\left(\frac{1}{e}\log^2 N\right)$$



# „sum problem“

Wie ist die Summe der letzten N Zahlen eines positiven Integer Stroms im Bereich [0...R]?

Bsp:  $N = 3$

10, 45, 12, 15, 41, 3, 1002

Lösung: 1046

# „sum problem“

(Fortsetzung)

- „Einfache“ Erweiterung des „simple counting problems“ :  
 $O(k \log^2 N \log R)$  Speicher nötig  
(statt 1en werden Zahlen gespeichert)
- Optimiert nur:  
 $O(k \log N (\log R + \log N))$

# „sum problem“

(Fortsetzung)

Jede eintreffende Zahl  $v$  wird als  $v$  eintreffende 1en interpretiert

- Timestamps der 1en sind alle gleich
- Die 1en werden wieder normal im EH gespeichert
- $(k/2 + 1)(\log((2NR)/k + 1) + 1)$  Buckets
- $\log N + \log(\log N + \log R)$  Bits pro Bucket
- zusammen:  $O((1/e)(\log N + \log R) (\log N))$
- Über 1-canonical representation:  
Ankommende Objekte benötigen:  $O((\log R / \log N))$   
Rechenzeit im worst case:  $O(\log N + \log R)$
- Summenberechnungen brauchen nach wie vor nur  $O(1)$

# Beispiel für das Ableiten von Funktionen: Durchschnitt

- Summe berechnen
- Summe durch  $N$  teilen

$O(k \log N (\log R + \log N))$  Speicher

# Erweiterung: Timestamps

- Umwandlung von letzten N Elementen in zeitliche Angaben wie die letzten 24 Stunden
  - z.B. durch sekundenweise Erhöhung der „arrival time“
  - Timestamp-Information wird größer

# „Optimierung“ Timestamps

- Timestamps als Vielfaches von 2 speichern
  - $\log \log N$  statt  $\log N$
  - Zeitangaben sind nicht mehr genau:  
Tradeoff

# Weitere Beispiele

## **Beispiele für Ableitungen:**

- Min / Max Berechnung
- $L_p$  ( $p$  element aus  $[1,2]$ ) Normen von Vektoren
- Hash tables
- ...

# Zusammenfassung

- Streams brauchen viel Platz →  
Doppelte Komprimierung
  - Nur einen Ausschnitt betrachten
    - Fenstergröße  $N$  dynamisch änderbar
  - EH (Exponential Histograms) verwenden
    - Speicherausnutzung ist optimal mit EH
    - Neuere Daten werden genauer gespeichert als ältere
    - Informationsgewinnung mit  $O(1)$  realisierbar



# Zusammenfassung

(Fortsetzung)

- EH ist als Konzept vielseitig anwendbar →

Altbekanntes nutzen

- Lösung eines neues Problems von bereits effizient gelöstem Problem ableiten.
- Anschließend optimieren

**Aber:**

Komprimierung funktioniert nicht verlustfrei!

- Fehler Tradeoff einstellbar
- Gerings möglicher Fehler bei gleicher Platzeinsparung

# Fragen?

---

# Diskussion!

**Danke für Ihre**

---

**Aufmerksamkeit!**

# Quellen

- [1] N. Alon, Y. Matias, and M. Szegedy, *The space complexity of approximating the frequency moments*, in Proceedings of the 28th Annual ACM Symposium on Theory of Computing, ACM, New York, 1996, pp. 20{29.
- [2] C. Cortes, K. Fisher, D. Pregibon, and A. Rogers, *Hancock: A language for extracting signatures from data streams*, in Proceedings of the ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, ACM, New York, 2000, pp. 9{17.
- [3] S. Chaudhuri, R. Motwani, and V. R. Narasayya, *On random sampling over joins*, in Proceedings of the ACM SIGMOD International Conference on Management of Data, ACM, New York, 1999, pp. 263{274.
- [4] M. Fang, H. Garcia-Molina, R. Motwani, N. Shivakumar, and J.D. Ullman, *Computing iceberg queries efficiently*, in Proceedings of the 24th International Conference on Very Large Data Bases, New York, NY, 1998, pp. 299{310.
- [5] J. Feigenbaum, S. Kannan, M. Strauss, and M. Viswanathan, *An approximate L1-difference algorithm for massive data streams*, in Proceedings of the 40th IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, IEEE Computer Society, Los Alamitos, CA, 1999, pp. 501{511.
- [6] P. Flajolet and G. Martin, *Probabilistic counting*, in Proceedings of the 24th IEEE Symposium

# Quellen

(Fortsetzung)

- [7] C. Fraleigh, S. Moon, C. Diot, B. Lyles, and F. Tobagi, *Architecture of a Passive Monitoring System for Backbone IP Networks*, Technical report TR00-ATL-101-801, Sprint Advanced Technology Laboratories, Burlingame, CA, 2000.
- [8] A. Gilbert, Y. Kotidis, S. Muthukrishnan, and M. Strauss, *Surfg wavelets on streams: One-pass summaries for approximate aggregate queries*, in Proceedings of the 27th International Conference on Very Large Data Bases, Rome, Italy, 2001, pp. 79{88.
- [9] S. Guha and N. Koudas, *Approximating a data stream for querying and estimation: Algorithms and performance evaluation*, in Proceedings of the Eighteenth International Conference on Data Engineering, San Jose, CA, 2002, pp. 567{576.
- [10] S. Guha and N. Koudas, *Data-streams and histograms*, in Proceedings of the Thirty-Third Annual ACM Symposium on Theory of Computing, ACM, New York, 2001, pp. 471{475.
- [11] S. Guha, N. Mishra, R. Motwani, and L. O'Callaghan, *Clustering data streams*, in Proceedings of the 41st Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, IEEE Computer Society, Los Alamitos, CA, 2000, pp. 359{366.
- [12] M. R. Henzinger, P. Raghavan, and S. Rajagopalan, *Computing on Data Streams*,

# Quellen

(Fortsetzung)

- [13] P. Indyk, *Stable distributions, pseudorandom generators, embeddings and data stream computation*,
- in Proceedings of the 41st IEEE Symposium on Foundations of Computer Science,
- IEEE Computer Society, Los Alamitos, CA, 2000, pp. 189{197.
- [14] H. V. Jagadish, N. Koudas, S. Muthukrishnan, V. Poosala, K. Sevcik, and T. Suel,
- *Optimal histograms with quality guarantees*, in Proceedings of the 24th International Conference
- on Very Large Data Bases, New York, NY, 1998, pp. 275{286.
- [15] R. Motwani and P. Raghavan, *Randomized Algorithms*, Cambridge University Press, Cambridge,
- UK, 1995.
- [16] Cisco Systems, *Netflow Services and Applications*, White paper, Cisco Systems, San Jose,
- CA, 2000; also available online from
- [http://www.cisco.com/warp/public/cc/pd/iosw/ioft/neflct/tech/napps\\_wp.htm](http://www.cisco.com/warp/public/cc/pd/iosw/ioft/neflct/tech/napps_wp.htm).