

Einführung in die Künstliche Intelligenz

WS10/11 - Prof. Dr. J. Fürnkranz



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

5. Übungsblatt (19.01.2011)

Aufgabe 1 Alltagswahrscheinlichkeiten

- a) Alice wettet mit Bob, dass es wahrscheinlicher sei bei zehn Münzwürfen (mit einer fairen/idealen Münze) fünf mal Kopf und fünf mal Zahl zu werfen, als zehnmal Kopf.
Wer wird die Wette gewinnen?
- b) Die beiden beschließen die Wette zu klären und führen mehrere 10-er Münzwurfsequenzen durch, um daraus die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten zu approximieren. Dabei passiert in einer bestimmten Sequenz folgendes: Es wurde bereits neunmal Zahl geworfen. Alice bietet Bob eine Zusatzwette an: „Falls der nächste Wurf wieder Zahl ist, wird unsere erste Wette annulliert. Fällt Kopf, verdoppeln wir den Einsatz auf die erste Wette.“
Wie sollte sich Bob entscheiden?
- c) Bob entscheidet sich gegen die Zusatzwette und sie führen die Auswertung weiter fort. Schließlich gewinnt Alice, worauf Bob nicht einsieht die Wette zu begleichen, da er angeblich Alices ursprüngliche Wettbehauptung missverstanden hätte als: „fünf mal Kopf und fünf mal Zahl *in dieser Reihenfolge*“.
Wenn dies so wäre, ist seine Entscheidung auf die erste Wette einzugehen nachvollziehbar?
Wie lautet Ihre Empfehlung an Bob bei dieser Variante der Wette bezüglich der Zusatzwette aus b)?

Aufgabe 2 Wahrscheinlichkeitsrechnung

- a) Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen:
1. $P(a, b|c) = P(a|c) \cdot P(b|c)$
 2. $P(a|b, c) = P(a|c)$
 3. $P(b|a, c) = P(b|c)$
- b) Welche der folgenden Informationen sind ausreichend, um $P(h|e_1, e_2)$ zu bestimmen?
 H, E_1 und E_2 seien diskrete Zufallsvariablen mit $e_1 \in E_1, e_2 \in E_2$ und $h \in H$.
1. $\mathbf{P}(E_1, E_2), \mathbf{P}(H), \mathbf{P}(E_1|H), \mathbf{P}(E_2|H)}$
 2. $\mathbf{P}(E_1, E_2), \mathbf{P}(H), \mathbf{P}(E_1, E_2|H)}$
 3. $\mathbf{P}(H), \mathbf{P}(E_1|H), \mathbf{P}(E_2|H)}$
- c) Nehmen Sie nun an, dass $\mathbf{P}(E_1|H, E_2) = \mathbf{P}(E_1|H)$ gilt. Wie sieht nun die Antwort für b) aus?

Aufgabe 3 Monty-Hall-Problem

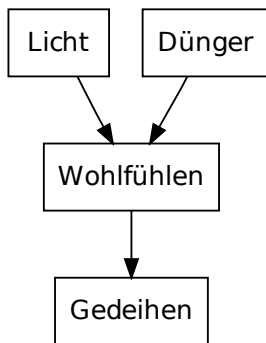
Bei einer Spielshow soll der Kandidat eines von drei aufgebauten Toren auswählen. Hinter einem verbirgt sich der Gewinn, ein Auto, hinter den anderen beiden jeweils eine Niete. Das Auto und die Nieten sind vor der Show zufällig hinter die Tore verteilt worden. Folgender Spielablauf ist immer gleich und den Kandidaten vorab bekannt:

- Der Kandidat wählt ein Tor aus, welches aber vorerst verschlossen bleibt.
- Daraufhin öffnet der Show-Master Monty Hall, der die Position des Gewinns kennt, eines der beiden nicht vom Kandidaten ausgewählten Tore, und zwar eines, hinter dem sich eine Niete befindet. Wenn hinter beiden verbleibenden Toren jeweils eine Niete steht, öffnet er eines der beiden Tore zufällig mit der gleichen Wahrscheinlichkeit. Im Spiel befinden sich also noch ein Gewinn und eine Niete.
- Der Moderator bietet dem Kandidaten an, seine Entscheidung zu überdenken und das andere Tor zu wählen.

Wie soll der Kandidat sich entscheiden, um seine Gewinnchance zu maximieren?

Aufgabe 4 Bayes'sches Netz

Folgendes Bayes'sche Netz repräsentiert die Bedingungen, von welchen nach Alice's Meinung das Gedeihen von Pflanzen abhängt.



Die zugehörigen Wahrscheinlichkeitswerte sind:

$P(\text{Licht})$	$= 0.6$	$= P(L)$
$P(\text{Dünger})$	$= 0.6$	$= P(D)$
$P(\text{Wohlfühlen} \text{Licht} \wedge \text{Dünger})$	$= 0.7$	$= P(W L \wedge D)$
$P(\text{Wohlfühlen} \neg \text{Licht} \wedge \text{Dünger})$	$= 0.5$	$= P(W \neg L \wedge D)$
$P(\text{Wohlfühlen} \text{Licht} \wedge \neg \text{Dünger})$	$= 0.4$	$= P(W L \wedge \neg D)$
$P(\text{Wohlfühlen} \neg \text{Licht} \wedge \neg \text{Dünger})$	$= 0.3$	$= P(W \neg L \wedge \neg D)$
$P(\text{Gedeihen} \text{Wohlfühlen})$	$= 0.9$	$= P(G W)$
$P(\text{Gedeihen} \neg \text{Wohlfühlen})$	$= 0.2$	$= P(G \neg W)$

- Wie wahrscheinlich ist es nach Alice's Meinung, dass Bobs Pflanze sich wohlgeföhlt hat, wenn sie erföhrt, dass die Pflanze kein Dünger hatte, sie aber trotzdem gediehen ist ?
- Geben Sie die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle $\mathbf{P}(L, W, D, G)$ an.
- Nehmen Sie an, dass nur $\mathbf{P}(L, W, D, G)$ aus b) gegeben sei (insbesondere sei das oben abgebildete Bayes'sche Netz nicht bekannt). Konstruieren Sie ein (neues) Bayes'sche Netz nach der Konstruktionsvorschrift aus der Vorlesung (Folie 10, Bayesian Networks 1) mit der Variablenreihenfolge D, G, L, W .