

# Maschinelles Lernen: Symbolische Ansätze



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Wintersemester 2010/2011  
Musterlösung für das 12. Übungsblatt

## Aufgabe 1 Relief

Gegeben sind folgende 12 Beispiele der Wetter-Daten:

ID	outlook	temperature	humidity	windy	play
1	sunny	hot	high	FALSE	no
2	rainy	mild	high	FALSE	yes
3	rainy	cool	normal	FALSE	yes
4	rainy	cool	normal	TRUE	no
5	overcast	cool	normal	TRUE	yes
6	sunny	mild	high	FALSE	no
7	sunny	cool	normal	FALSE	yes
8	rainy	mild	normal	FALSE	yes
9	sunny	mild	normal	TRUE	yes
10	overcast	mild	high	TRUE	yes
11	overcast	hot	normal	FALSE	yes
12	rainy	mild	high	TRUE	no

Berechnen Sie die Relief Feature-Gewichte für alle 4 Attribute (die ID ist nur zur leichten Identifizierung eines Beispiels vorhanden). Berechnen Sie den Nearest Hit und Nearest Miss für jedes Beispiel ( $r = 12$ ). Gehen Sie davon aus, dass jedes Beispiel genau einmal gewählt wird. Als Distanz-Funktion nehmen Sie einfach die Anzahl der verschiedenen Attribute.

**Lösung:** Der Algorithmus geht folgendermaßen vor: Zuerst setzt der Benutzer den Wert für  $r$  (in der Aufgabe gilt  $r = 12$ ). Als nächstes wählt der Algorithmus ein Beispiel zufällig aus (hier wird **nicht** sichergestellt, dass das Beispiel nicht schon einmal verwendet wurde). Dann findet er den *nearest hit* und den *nearest miss* und macht ein Update auf den Gewichtswert jedes Attributs.

In der Aufgabe gehen wir davon aus, dass ein bereits verwendetes Beispiel nicht noch einmal genommen wird. Wir machen uns die Eigenschaft zu Nutze, dass man auch eine Tabelle der Distanzen für die *Hits* und die *Misses* erstellen kann und dann einfach direkt für jedes Beispiel den *nearest hit* und *nearest miss* ausrechnen kann (indem man die Werte für jedes Attribut einfach addiert, was dem Update-Schritt des Algorithmus entspricht).

Wir erstellen also 2 Tabellen für die *Hits* und eine für die *Misses* (zu beachten ist, dass die Tabellen an der Diagonalen gespiegelt sind):

Hits für +										
ID	2	3	5	7	8	9	10	11		
2	0	2	4	3	1	3	2	3		
3	2	0	2	1	1	3	4	2		
5	4	2	0	2	3	2	2	2		
7	3	1	2	0	2	2	4	2		
8	1	1	3	2	0	2	3	2		
9	3	3	2	2	2	0	2	3		
10	2	4	2	4	3	2	0	3		
11	3	2	2	2	2	3	3	0		

Hits für -				
ID	1	4	6	12
1	0	4	1	3
4	4	0	4	2
6	1	4	0	2
12	3	2	2	0

Misses				
ID	1	4	6	12
2	2	3	1	1
3	3	1	3	3
5	4	1	4	3
7	2	2	2	4
8	3	2	2	2
9	3	2	2	2
10	3	3	2	1
11	2	3	3	4

In den Tabellen sind die *nearest neighbors* der gleichen Klasse rot markiert (wobei bei gleicher Distanz immer das erste Beispiel in der Tabelle ausgewählt wurde). Nun erstellt man eine große Tabelle in der man für jedes Attribut die Unterscheidungen festhält (gleicher Wert = Distanz 0, unterschiedlicher Wert = Distanz 1). In dieser Tabelle repräsentiert eine Zeile jeweils einen Durchlauf des Algorithmus (wobei wir die Gewichte erst am Ende updaten, bzw. berechnen).

	Hits					Misses				
	N	outl.	temp.	hum.	wind	N	outl.	temp.	hum.	wind
2	8	0	0	1	0	6	1	0	0	0
3	7	1	0	0	0	4	0	0	0	1
5	3	1	0	0	1	4	1	0	0	0
7	3	1	0	0	0	1	0	1	1	0
8	2	0	0	1	0	4	0	1	0	1
9	5	1	1	0	0	4	1	1	0	0
10	2	1	0	0	1	12	1	0	0	0
11	3	1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	6	0	1	0	0	2	1	1	0	0
4	12	0	1	1	0	3	0	0	0	1
6	1	0	1	0	0	2	1	0	0	0
12	4	0	1	1	0	2	0	0	0	1
		6	6	4	2		7	4	2	4

Da man nun alle Werte zu Verfügung hat, kann man die Relief Feature-Gewichte errechnen:

- $W(\text{outlook}) = -6/12 + 7/12 = 1/12$
- $W(\text{temperature}) = -6/12 + 4/12 = -1/6$
- $W(\text{humidity}) = -4/12 + 2/12 = -1/6$
- $W(\text{wind}) = -2/12 + 4/12 = 1/6$

**Anmerkung zur Verwendung der Gewichte:** Wenn die Gewichte zur Filterung der besten (n) Attribute verwendet werden sollen, sortiert man die Attribute nach ihrem Gewicht absteigend und wählt die ersten (n) Attribute aus. Weiterhin können sie zur Berechnung eines gewichteten euklidischen Abstandes ( Instanzen basiertes Lernen, Folie 20) eingesetzt werden.

Bei beiden Anwendungen ist von der Verwendung von Attributen mit negativen Gewichten abzusehen, da ein negatives Gewicht bedeutet, daß das grundlegende induktive Prinzip (bei diesem Attribut) verletzt wird. Im Allgemeinen treten aber negative Gewichte nur mit einem sehr kleinen Betrag auf (also nahe an 0) und können auf 0 gesetzt werden.

## Aufgabe 2 Diskretisierungsmethoden

Gegeben sei folgende Version der Wetter-Daten mit 12 Trainings-Beispielen und 2 numerischen Attributen.

ID	outlook	temperature	humidity	windy	play
1	sunny	85	85	FALSE	no
2	rainy	70	96	FALSE	yes
3	rainy	68	80	FALSE	yes
4	rainy	65	70	TRUE	no
5	overcast	64	65	TRUE	yes
6	sunny	72	95	FALSE	no
7	sunny	69	70	FALSE	yes
8	rainy	75	80	FALSE	yes
9	sunny	75	70	TRUE	yes
10	overcast	72	90	TRUE	yes
11	overcast	81	75	FALSE	yes
12	rainy	71	91	TRUE	no

Diskretisieren Sie die beiden numerischen Attribute mit den Verfahren, die Sie in der Vorlesung kennen gelernt haben. Wählen Sie die Anzahl der Intervalle so, daß Sie die bekannten Daten erhalten könnten (drei Werte für Temperature, zwei für Humidity). Vergleichen Sie die Resultate miteinander und mit den bekannten Daten (die aus der vorherigen Aufgabe).

- equal-width

**Lösung:** Bei equal-width wird versucht gleich große Intervalle zu bilden:

- Attribut “temperature”:  $85 - 64 = 21/3 = 7 \rightarrow$  Die Intervalle sollten also die Größe 7 haben. Es resultieren folgende Intervalle:

[64, 70], [71, 77], [78, 85] ([64, 71], [72, 78], [79, 85] wäre auch zulässig, man muss sich hier eine geeignete Einteilung überlegen)

Dies ergibt dann die Intervalle  $(-\infty, 70]$ ,  $(70, 77]$ ,  $(77, \infty)$

- Attribut “humidity”:  $96 - 65 = [31/2] = 15 \rightarrow$  Die Intervalle sollten also die Größe 15 haben: [65, 80], [81, 96]

Dies ergibt dann die Intervalle  $(-\infty, 80]$ ,  $(80, \infty)$ .

- equal-frequency

**Lösung:** Bei equal-frequency wird versucht möglichst gleich viele Beispiele pro Intervall zu haben:

- Attribut “temperature”:  $12/3 = 4$  Es sollten also jeweils 4 Beispiele in einem Intervall liegen.

Daher liegen die Beispiele

Nr.5 temp.=64, Nr.4 temp.=65, Nr.3 temp.=68, Nr.7 temp.=69

im ersten Intervall, die Beispiele

Nr.2 temp.=70, Nr.12 temp.=71, Nr.6 temp.=72, Nr.10 temp.=72

im zweiten und die Beispiele

Nr.8 temp.=75, Nr.9 temp.=75, Nr.11 temp.=81, Nr.1 temp.=85

im dritten Intervall.

- Attribut “humidity”:  $12/2 = 6$  Es sollten jeweils 6 Beispiele in einem Intervall liegen.

Die Beispiele

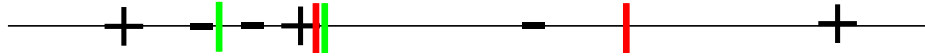
Nr.5 hum.=65, Nr.4 hum.=70, Nr.7 hum.=70, Nr.9 hum.=70, Nr.11 hum.=75, Nr.3 hum.=80, Nr.8 hum.=80 (die beiden Beispiel mit humidity = 80 könnten auch im zweiten Intervall liegen)

im ersten und die Beispiele

Nr.1 hum.=85, Nr.10 hum.=90, Nr.12 hum.=91, Nr.6 hum.=95, Nr.2 hum.=96

im zweiten Intervall.

Die folgende Grafik erklärt den Unterschied beider Methoden nochmals anschaulich, wobei es sich hier um ein allgemeines Beispiel handelt, das nicht den vorherigen Aufgaben entspricht (die roten Striche sind für equal-width und die grünen für equal-frequency):



- chi-merge

**Lösung:** Wir werden nicht auf die Berechnung jedes einzelnen  $\chi^2$ -Wertes eingehen, wir werden jedoch zwei Beispiele exemplarisch berechnen und anschließend nur noch die zur Berechnung benötigten Werte und das Ergebnis auflisten.

Zur Erinnerung der  $\chi^2$ -Wert zweier Intervalle  $I_1$  und  $I_2$  berechnet sich wie folgt:

$$\chi^s = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^c \frac{(A_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}},$$

mit

$A_{ij}$ : Anzahl der Beispiele in  $I_i$ , die zur Klasse  $j$  gehören

$E_{ij}$ : zu erwartende Anzahl von Beispiele in  $I_i$ , die zur Klasse  $j$  gehören

$$E_{ij} = N_i \cdot \frac{C_j}{N_1 + N_2}$$

$N_i$ : Anzahl der Beispiele in  $I_i$

$$N_i = \sum_{j=1}^c A_{ij}$$

$C_j$ : Anzahl der Beispiele in  $I_1$  und  $I_2$ , die zur Klasse  $j$  gehören. Sollte dieser Wert 0 sein, wird diese Klasse bei der Berechnung des  $\chi^2$ -Wertes nicht berücksichtigt (da Division durch 0), d.h. alle entsprechenden Terme werden bei der Berechnung auf 0 gesetzt.

$$C_j = A_{1j} + A_{2j}$$

#### Anmerkung:

Der  $\chi^2$ -Wert zweier Intervalle, die exakt die gleiche Klassenverteilung aufweisen, ist minimal bzw. 0, diese Intervalle werden somit verbunden (falls noch kein Stopkriterium, wie z.B. minimale Intervallanzahl, erfüllt ist). D.h. natürlich auch, daß in der Initialphase reine Intervalle (also Intervalle mit nur einer auftretenden Klasse) sofort verbunden werden können.

#### Beispiel 1 (2 Klassen)

Intervall  $I_1$  hat 2 positive Beispiele und 1 negatives, Intervall  $I_2$  hat 2 positive und 3 negative Beispiele. Also haben wir folgende Werte

$$A_{1+} = 3 \qquad A_{1-} = 1 \qquad A_{2+} = 4 \qquad A_{2-} = 2$$

Hieraus berechnen wir zunächst

$$C_+ = 7 \qquad C_- = 3 \qquad N_1 = 4 \qquad N_2 = 6$$

und anschließend

$$E_{1+} = 4 \frac{7}{4+6} = 2,8 \qquad E_{1-} = 4 \frac{3}{4+6} = 1,2 \qquad E_{2+} = 6 \frac{7}{4+6} = 4,2 \qquad E_{2-} = 6 \frac{3}{4+6} = 1,8$$

Mit diesen Werten können wir nun den  $\chi^2$ -Wert berechnen:

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \frac{(3 - 2,8)^2}{2,8} + \frac{(1 - 1,2)^2}{1,2} + \frac{(4 - 4,2)^2}{4,2} + \frac{(2 - 1,8)^2}{1,8} \\ &= \frac{1}{70} + \frac{1}{30} + \frac{1}{105} + \frac{1}{45} \\ &= \frac{9 + 21 + 6 + 14}{630} = \frac{5}{63} \end{aligned}$$

### Beispiel 2 (3 Klassen)

Die Beispiele der 3 Klassen  $a, b$  und  $c$  verteilen sich auf das Intervall  $I_1$  bzw. auf  $I_2$  wie folgt

$$A_{1a} = 5 \quad A_{1b} = 3 \quad A_{1c} = 4 \quad A_{2a} = 4 \quad A_{2b} = 3 \quad A_{2c} = 1$$

Hieraus berechnen wir

$$C_a = 9 \quad C_b = 6 \quad C_c = 5 \quad N_1 = 12 \quad N_2 = 8$$

und

$$E_{1a} = 12 \frac{9}{12+8} = 5,4 \quad E_{1b} = 12 \frac{6}{12+8} = 3,6 \quad E_{1c} = 12 \frac{5}{12+8} = 3$$

$$E_{2a} = 8 \frac{9}{12+8} = 3,6 \quad E_{2b} = 8 \frac{6}{12+8} = 2,4 \quad E_{2c} = 8 \frac{5}{12+8} = 2$$

Daraus berechnen wir

$$\chi^2 = \frac{(5-5,4)^2}{5,4} + \frac{(3-3,6)^2}{3,6} + \frac{(4-3)^2}{3} + \frac{(4-3,6)^2}{3,6} + \frac{(3-2,4)^2}{2,4} + \frac{(1-2)^2}{2}$$

$$\approx 1,16$$

**Temperature:** Wir möchten mittels  $\chi$ -Merge Temperature in 3 diskrete Werte aufteilen. Zuerst sortieren wir die Werte des Attributs *Temperature*. Je nach auf- bzw. absteigender Sortierung erhält man unterschiedliche Ergebnisse. Wir entscheiden uns für eine aufsteigende Sortierung. Als erstes verbinden wir alle reinen Intervalle (s. Anmerkung).

$I_1$	$I_2$	$A_{1y}$	$A_{1n}$	$A_{2y}$	$A_{2n}$	$N_1$	$N_2$	$C_y$	$C_n$	$E_{1y}$	$E_{1n}$	$E_{2y}$	$E_{2n}$	$\chi^2$
64	65	1	0	0	1	1	1	1	1	0,50	0,50	0,50	0,50	2,00
65	68-70	0	1	3	0	1	3	3	1	0,75	0,25	2,25	0,75	4,00
68-70	71	3	0	0	1	3	1	3	1	2,25	0,75	0,75	0,25	4,00
<b>71</b>	<b>72</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>0,33</b>	<b>0,67</b>	<b>0,67</b>	<b>1,33</b>	<b>0,75</b>
72	75-81	1	1	3	0	2	3	4	1	1,60	0,40	2,40	0,60	1,88
75-81	85	3	0	0	1	3	1	3	1	2,25	0,75	0,75	0,25	4,00

Wir wählen die Intervalle mit geringstem  $\chi^2$ -Wert aus, also die Intervalle [71, 71] und [72, 72], und verbinden diese zu [71, 72]. Anschließend berechnen wir die  $\chi^2$ -Werte von [71, 72] und seinen benachbarten Intervalle neu. Alle anderen Werte können übernommen werden.

$I_1$	$I_2$	$A_{1y}$	$A_{1n}$	$A_{2y}$	$A_{2n}$	$N_1$	$N_2$	$C_y$	$C_n$	$E_{1y}$	$E_{1n}$	$E_{2y}$	$E_{2n}$	$\chi^2$
<b>64</b>	<b>65</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0,50</b>	<b>0,50</b>	<b>0,50</b>	<b>0,50</b>	<b>2</b>
65	68-70	0	1	3	0	1	3	3	1	0,75	0,25	2,25	0,75	4
68-70	71-72	3	0	1	2	3	3	4	2	2,00	1,00	2,00	1,00	3
71-72	75-81	1	2	3	0	3	3	4	2	2,00	1,00	2,00	1,00	3
75-81	85	3	0	0	1	3	1	3	1	2,25	0,75	0,75	0,25	4

Diesmal verschmelzen wir [64, 64] und [65, 65] zu [64, 65] und berechnen anhand der veränderten Werte die benötigten Werte (s.o.) neu.

$I_1$	$I_2$	$A_{1y}$	$A_{1n}$	$A_{2y}$	$A_{2n}$	$N_1$	$N_2$	$C_y$	$C_n$	$E_{1y}$	$E_{1n}$	$E_{2y}$	$E_{2n}$	$\chi^2$
<b>64-65</b>	<b>68-70</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>1,6</b>	<b>0,4</b>	<b>2,4</b>	<b>0,6</b>	<b>1,88</b>
68-70	71-72	3	0	1	2	3	3	4	2	2	1	2	1	3
71-72	75-81	1	2	3	0	3	3	4	2	2	1	2	1	3
75-81	85	3	0	0	1	3	1	3	1	2,25	0,75	0,75	0,25	4

Der  $\chi^2$ -Wert von [64, 65] und [68, 70] ist minimal, deshalb verschmelzen wir diese Intervalle zu [64, 70] und berechnen neu.

$I_1$	$I_2$	$A_{1y}$	$A_{1n}$	$A_{2y}$	$A_{2n}$	$N_1$	$N_2$	$C_y$	$C_n$	$E_{1y}$	$E_{1n}$	$E_{2y}$	$E_{2n}$	$\chi^2$
<b>64-70</b>	<b>71-72</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>3,13</b>	<b>1,88</b>	<b>1,88</b>	<b>1,13</b>	<b>1,74</b>
71-72	75-81	1	2	3	0	3	3	4	2	2	1	2	1	3
75-81	85	3	0	0	1	3	1	3	1	2,25	0,75	0,75	0,25	4

Wir verschmelzen [64, 70] und [71, 72] und erhalten damit die folgenden Intervalle: [64, 72], [75, 81] und [85, 85]. Offensichtlich können nicht alle möglichen Temperaturen einem dieser Intervalle zugeordnet werden. Aus diesem Grund müssen die entstandenen Intervalle angepaßt werden. Hierfür gibt es verschiedene Möglichkeiten diese Intervalle zu bearbeiten, u.a.

- $(-\infty, 72]$ ,  $(72, 81]$  und  $(81, \infty)$  oder
- $(-\infty, 75]$ ,  $[75, 85)$  und  $[85, \infty)$  oder
- $(-\infty, 73.5]$ ,  $[73.5, 83)$  und  $[83, \infty)$  usw.

### Humidity:

Für Humidity gehen wir analog vor, wobei diesmal die Diskretisierung nur 2 Werte ergeben soll.

$I_1$	$I_2$	$A_{1y}$	$A_{1n}$	$A_{2y}$	$A_{2n}$	$N_1$	$N_2$	$C_y$	$C_n$	$E_{1y}$	$E_{1n}$	$E_{2y}$	$E_{2n}$	$\chi^2$
<b>65</b>	<b>70</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>0,75</b>	<b>0,25</b>	<b>2,25</b>	<b>0,75</b>	<b>0,44</b>
70	75-80	2	1	3	0	3	3	5	1	2,50	0,50	2,50	0,50	1,20
75-80	85	3	0	0	1	3	1	3	1	2,25	0,75	0,75	0,25	4,00
85	90	0	1	1	0	1	1	1	1	0,50	0,50	0,50	0,50	2,00
90	91-95	1	0	0	2	1	2	1	2	0,33	0,67	0,67	1,33	3,00
91-95	96	0	2	1	0	2	1	1	2	0,67	1,33	0,33	0,67	3,00

Es werden [65, 65] und [70, 70] zu [65, 70] verbunden, anschließend wird neu berechnet.

$I_1$	$I_2$	$A_{1y}$	$A_{1n}$	$A_{2y}$	$A_{2n}$	$N_1$	$N_2$	$C_y$	$C_n$	$E_{1y}$	$E_{1n}$	$E_{2y}$	$E_{2n}$	$\chi^2$
<b>65-70</b>	<b>75-80</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	<b>3,43</b>	<b>0,57</b>	<b>2,57</b>	<b>0,43</b>	<b>0,88</b>
75-80	85	3	0	0	1	3	1	3	1	2,25	0,75	0,75	0,25	4,00
85	90	0	1	1	0	1	1	1	1	0,50	0,50	0,50	0,50	2,00
90	91-95	1	0	0	2	1	2	1	2	0,33	0,67	0,67	1,33	3,00
91-95	96	0	2	1	0	2	1	1	2	0,67	1,33	0,33	0,67	3,00

Diesmal verschmelzen wir [65, 70] und [75, 80] zu [65, 80] und berechnen neu.

$I_1$	$I_2$	$A_{1y}$	$A_{1n}$	$A_{2y}$	$A_{2n}$	$N_1$	$N_2$	$C_y$	$C_n$	$E_{1y}$	$E_{1n}$	$E_{2y}$	$E_{2n}$	$\chi^2$
65-80	85	6	1	0	1	7	1	6	2	5,25	1,75	0,75	0,25	3,43
<b>85</b>	<b>90</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0,50</b>	<b>0,50</b>	<b>0,50</b>	<b>0,50</b>	<b>2,00</b>
90	91-95	1	0	0	2	1	2	1	2	0,33	0,67	0,67	1,33	3,00
91-95	96	0	2	1	0	2	1	1	2	0,67	1,33	0,33	0,67	3,00

Wir wählen [85, 85] und [90, 90] aus und verschmelzen sie zu [85, 90]. Anschließend berechnen wir die fehlenden Werte.

$I_1$	$I_2$	$A_{1y}$	$A_{1n}$	$A_{2y}$	$A_{2n}$	$N_1$	$N_2$	$C_y$	$C_n$	$E_{1y}$	$E_{1n}$	$E_{2y}$	$E_{2n}$	$\chi^2$
<b>65-80</b>	<b>85-90</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>7</b>	<b>2</b>	<b>7</b>	<b>2</b>	<b>5,44</b>	<b>1,56</b>	<b>1,56</b>	<b>0,44</b>	<b>1,15</b>
85-90	91-95	1	1	0	2	2	2	1	3	0,5	1,5	0,5	1,5	1,33
91-95	96	0	2	1	0	2	1	1	2	0,67	1,33	0,33	0,67	3

Es werden [65, 80] und [85, 90] zu [65, 90] verschmolzen und die benötigten Werte berechnet.

$I_1$	$I_2$	$A_{1y}$	$A_{1n}$	$A_{2y}$	$A_{2n}$	$N_1$	$N_2$	$C_y$	$C_n$	$E_{1y}$	$E_{1n}$	$E_{2y}$	$E_{2n}$	$\chi^2$
65-90	91-95	7	2	0	2	9	2	7	4	5,73	3,27	1,27	0,73	4,28
<b>91-95</b>	<b>96</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>0,67</b>	<b>1,33</b>	<b>0,33</b>	<b>0,67</b>	<b>3</b>

Als letztes verschmelzen wir [91, 95] und [96, 96] und erhalten als Ergebnis die Intervalle [65, 90] und [91, 96].

- Entropy-split

**Lösung:** Bei Entropy-split zerlegen wir eines der bestehenden Intervalle in jeweils zwei Teilintervalle, falls das zu zerlegende Intervall den niedrigsten E-Score (Berechnung von Entropy-split ist äquivalent zu diesem Maß) aufweist. E-Score ist wiederum äquivalent zu Information-Gain. Beide Maße und deren Berechnung wurden bereits ausführlich in den Übungen über Entscheidungsbäume besprochen. Aus diesem Grund werden wir nicht weiter auf deren Berechnung eingehen.

**Temperature:** Wir sortieren zunächst die Attributwerte (aufsteigend).

Wert	A < Wert		A ≥ Wert		E-Score
	positiv	negativ	positiv	negativ	
64	0	0	8	4	0,918
65	1	0	7	4	0,867
68	1	1	7	3	0,901
69	2	1	6	3	0,918
70	3	1	5	3	0,907
71	4	1	4	3	0,876
72	4	2	4	2	0,918
75	5	3	3	1	0,907
81	7	3	1	1	0,901
85	8	3	0	1	<b>0,775</b>

Der Teilungspunkt 85 hat den besten (niedrigsten) E-Score. Wir teilen das Intervall  $(-\infty, \infty)$  in  $(-\infty, 85)$  und  $[85, \infty)$  auf.

Wert	A < Wert		A ≥ Wert		E-Score
	positiv	negativ	positiv	negativ	
64	0	0	8	3	0,845
65	1	0	7	3	0,801
68	1	1	7	3	0,807
69	2	1	6	2	0,840
70	3	1	5	2	0,844
71	4	1	4	2	0,829
72	4	2	4	1	0,829
75	5	3	3	0	<b>0,694</b>
81	7	3	1	0	0,801
85	0	0	0	1	-

Jetzt ist 75 der beste Teilungspunkt. Wir zerlegen das Intervall  $(-\infty, 85)$  in  $(-\infty, 75)$  und  $[75, 85)$ . Demnach sieht die Diskretisierung von Temperature wie folgt aus:  $(-\infty, 75)$ ,  $[75, 85)$  und  $[85, \infty)$ .

**Humidity:**

Wert	A < Wert		A ≥ Wert		E-Score
	positiv	negativ	positiv	negativ	
65	0	0	8	3	0,918
70	1	0	7	4	0,867
75	3	1	5	3	0,907
80	4	1	4	3	0,876
85	6	1	2	3	<b>0,750</b>
90	6	2	2	2	0,874
91	7	2	1	2	0,803
95	7	3	1	1	0,867
96	7	4	1	0	0,801

Wir teilen das Intervall  $(-\infty, \infty)$  in  $(-\infty, 86)$  und  $[86, \infty)$  auf.

Nun gehen wir noch kurz auf den Vergleich der Ergebnisse ein: Da man nicht weiß, wie die numerischen Daten des originalen Datensatzes diskretisiert wurden, kann man hier keine genaue Aussage treffen. Daher kann man sich nur die Unterschiede zwischen den einzelnen Methoden und den Originaldaten anschauen (diese sind rot markiert):

**Tabelle 1: Vergleich: temperature**

ID	outlook	temperature	equal-width	equal-frequency	chi-merge	entropy-split
1	sunny	hot	hot	hot	hot	hot
2	rainy	mild	cool	mild	cool	cool
3	rainy	cool	cool	cool	cool	cool
4	rainy	cool	cool	cool	cool	cool
5	overcast	cool	cool	cool	cool	cool
6	sunny	mild	mild	mild	cool	cool
7	sunny	cool	cool	cool	cool	cool
8	rainy	mild	mild	hot	mild	mild
9	sunny	mild	mild	hot	mild	mild
10	overcast	mild	mild	mild	cool	cool
11	overcast	hot	hot	hot	mild	mild
12	rainy	mild	mild	mild	cool	cool

**Tabelle 2: Vergleich: humidity**

ID	outlook	humidity	equal-width	equal-frequency	chi-merge	entropy-split
1	sunny	high	high	high	normal	high
2	rainy	high	high	high	high	high
3	rainy	normal	normal	normal	normal	normal
4	rainy	normal	normal	normal	normal	normal
5	overcast	normal	normal	normal	normal	normal
6	sunny	high	high	high	high	high
7	sunny	normal	normal	normal	normal	normal
8	rainy	normal	normal	normal	normal	normal
9	sunny	normal	normal	normal	normal	normal
10	overcast	high	high	high	normal	high
11	overcast	normal	normal	normal	normal	normal
12	rainy	high	high	high	high	high